

# شبیه‌سازی دو بُعدی جریان آب و رسوب در پدیده شکست سد با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

سیده لیلا رضوی طوسی<sup>۱</sup>، سید علی ایوب زاده<sup>۲\*</sup>، علیرضا ولی زاده<sup>۳</sup>

۱- دانش آموخته دکتری، گروه سازه های آبی، دانشگاه تربیت مدرس

۲- دانشیار، گروه سازه های آبی، دانشگاه تربیت مدرس

۳- همکار تحقیقاتی پسا دکتری، دانشگاه موناخ استرالیا

ayyoub@modares.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۹۳/۱۱/۹

تاریخ دریافت: ۹۳/۰۷/۱۶

**چکیده** - روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)، یک روش بدون شبکه بندی، لاگرانژی و ذره ای است که به علت طبیعت بدون شبکه بندی و توانایی این روش در شبیه سازی پدیده های پیچیده، استفاده از آن در مکانیک سیالات و جامدات توسعه یافته است. این مقاله شامل شبیه سازی جریان دوفازی آب و رسوب در پدیده شکست سد با استفاده از روش SPH است. معادلات حاکم بر جریان شامل معادله مومنتم، پیوستگی، معادله حالت فشار و معادله XSPH (برای محاسبه موقعیت ذرات) است. رسوبات به صورت سیالات غیر نیوتنی رفتار می کنند که برای شبیه سازی آن ها از مدل های سیالات غیر نیوتنی استفاده شده است. رسوبات با استفاده از روش ترکیبی دو مدل کراس و بینگهام شبیه سازی شده اند. برای درستی آزمایشی مدل، ابتدا نمونه تک فازی شکست سد بررسی و نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی و عددی سایر پژوهشگران مقایسه شده است. سپس دو نمونه دو فازی شکست سد با ابعاد مختلف بررسی شده و نتایج آزمایشگاهی موجود مقایسه و میزان خطا محاسبه شده است. مقدار خطای به دست آمده از مقایسه تغییرات ارتفاع رسوبات در فواصل ۵ و ۱۴ سانتی متری مخزن در نمونه عددی و آزمایشگاهی به ترتیب برابر با ۶/۵۵ و ۵/۹۴ درصد است. مقایسه نتایج نشان می دهد که مطابقت خوبی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی وجود دارد.

**واژگان کلیدی:** جریان دو فازی، رسوب، هیدرودینامیک ذرات هموار

## مقدمه

پدیده شکست سد به دلیل تغییرات شدید سطح آزاد، بسیار پیچیده است. در دهه های اخیر، پژوهش های زیادی با استفاده از روش های عددی و مدل های آزمایشگاهی در زمینه شکست سد انجام شده، که بیشتر روش ها بر اساس معادلات آب کم عمق<sup>۱</sup> یا معادلات سنت و نانت<sup>۱</sup> است. در

جریان های سریع ناشی از شکست سد منجر به ایجاد سیلاب های مخرب و تلفات زیادی می شود. بنابراین پدیده شکست سد، موضوع بسیاری از مطالعات تحلیلی، آزمایشگاهی و عددی در علوم هیدرولیک و مهندسی است [۲۸]. شبیه سازی جریان های با سطح آزاد غیر خطی مانند

1- Shallow water

این راستا، تانگ و چو پدیده شکست سد را با استفاده از یک روش عددی بر مبنای روش اختلاف محدود، شبیه-سازی کردند [۳۲]. در سال ۲۰۰۴، شکست سد با استفاده از یک روش اختلاف مرکزی مرتبه دوم شبیه-سازی شد [۱۱]. کاوو و همکاران پژوهشی در زمینه شبیه-سازی عددی شکست سد روی بستر متحرک انجام دادند [۵]. کستابیل و مچیون، از معادلات آب کم عمق برای شبیه-سازی پدیده شکست سد روی بستر متحرک استفاده کردند [۶]. در سال ۲۰۰۸، رساتی و همکاران جریان سطح آزاد دو فازی شکست سد روی بستر متحرک را شبیه-سازی کردند [۲۷]. همچنین عبدالرضا و همکاران، از یک روش یک بُعدی بر اساس معادلات سنت ونانت برای شبیه-سازی امواج به دست آمده از شکست سد روی بستر متحرک استفاده کردند [۳]. استفاده از روش‌های اولری با شبکه‌بندی برای شبیه-سازی جریان‌های با تغییر شکل زیاد و سطوح آزاد، مشکل است. مهم‌ترین روش‌ها در این گروه، روش‌های MAC و VOF است که توانایی شبیه-سازی تغییرات سطح آزاد را دارد. اما مهم‌ترین مشکل روش‌های اولری، پخش عددی است، که به دلیل ترم‌های جابه‌جایی ایجاد می‌شود [۲۸]. به تازگی روش‌های جدیدی به نام روش‌های بدون شبکه‌بندی یا روش‌های ذره‌ای به وجود آمده است، که گامی مؤثر در زمینه شبیه-سازی عددی محسوب می‌شود. در این راستا روش MPS<sup>۲</sup> و CIP<sup>۳</sup> برای شبیه-سازی جریان ناشی از شکست سد استفاده شده است [۱۴]. همچنین در سال ۲۰۱۱، شکیبایی‌نیا و جین شبیه-سازی شکست سد روی بستر متحرک با استفاده از یک روش ذره‌ای و بدون شبکه‌بندی به نام MPS را انجام دادند [۲۸]. یکی از روش‌های ذره‌ای، لاگرانژی و بدون شبکه‌بندی، روش

هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) است. در روش SPH، موقعیت سیستم به وسیله مجموعه‌ای از ذرات نشان داده می‌شود که خصوصیات جسم و حرکت، براساس معادلات حاکم شامل معادلات پیوستگی، مومنتم و ... بیان می‌شوند. این روش دارای برخی مزایای ویژه نسبت به روش‌های عددی بر اساس شبکه‌بندی است. مزیت مهم این روش استفاده از فرم لاگرانژی معادلات ناویر استوکس و در نتیجه حذف ترم‌های جابه‌جایی است که باعث حذف خطای پخش عددی می‌شود. این روش، اولین بار در سال ۱۹۹۷ در علم نجوم و ستارگان استفاده شد [۱۸، ۱۲]. در سال ۲۰۰۱، پیشرفت و شکست موج در ساحل با استفاده از روش SPH شبیه‌سازی شد [۹]. پس از آن، پژوهشگران از روش SPH در شبیه‌سازی انتقال رسوب در شکست امواج استفاده کردند [۳۴]. در سال ۲۰۰۶، جریان‌ات توربولانس با استفاده از شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با استفاده از روش SPH شبیه‌سازی شد [۱۵]. در سال ۲۰۰۷، برخی از پژوهشگران روش SPH تراکم‌ناپذیر را در زمینه شبیه‌سازی جریان‌های سطح آزاد توسعه دادند [۴]. همچنین شبیه‌سازی شکست سد روی بستر خشک و مرطوب انجام شد [۷]. برخی از پژوهشگران از روش SPH در شبیه‌سازی آب-شستگی محلی و همچنین آب‌شستگی سریع رسوب در عملیات رسوب‌شویی مخازن سد استفاده کردند [۳۰، ۱۰، ۲۱]. با توجه به اهمیت پدیده شکست سد در حالت دوفازی و چگونگی تعامل ذرات آب و رسوب، در این پژوهش شبیه‌سازی جریان دوفازی آب و رسوب با استفاده از روش SPH بررسی می‌شود. رسوب بر اساس مدل‌های سیالات غیرنیوتنی شبیه‌سازی می‌شوند، برای شبیه‌سازی شکست سد، ستونی از آب به ارتفاع معین در نظر گرفته می‌شود که به وسیله‌ی یک دریچه محدود شده است. سپس دریچه به طور ناگهانی برداشته شده و آب جریان پیدا

1- Saint-Venant  
2- Moving Particle Semi implicit method  
3- Constrained Interpolation Profile method

$$\nabla \cdot f(x_i) = - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (2)$$

که:

$$\nabla_i W_{ij} = \frac{x_i - x_j}{r_{ij}} \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} = \frac{x_{ij}}{r_{ij}} \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} \quad (3)$$

$r_{ij}$  فاصله بین دو ذره است. انواع مختلفی از توابع کرنل وجود دارد. در این پژوهش، از تابع کرنل که به وسیله‌ی وندلند ارائه شده است، استفاده می‌شود [۳۳]:

$$W(r_{ij}, h) = \alpha_D \left(1 - \frac{q}{2}\right)^4 (2q+1) \quad 0 < q < 2 \quad (4)$$

که  $q = r_{ij}/h$  و  $h$  طول هموارسازی است.  $\alpha_D$  در دو بُعدی برابر با  $7/4\pi h^2$  است.

### معادله مومنتم

فرم لاگرانژی معادله مومنتم به صورت زیر است:

$$\frac{D \vec{u}}{D t} = - \frac{1}{\rho} \nabla P + \vec{g} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \vec{\tau} \quad (5)$$

که  $P$  فشار،  $\vec{g}$  شتاب ثقل،  $\vec{u}$  بردار سرعت،  $\vec{\tau}$  تانسور تنش برشی و  $t$  زمان است. اولین ترم در معادله مومنتم، ترم فشار است و برای ذره  $i$ ، به صورت زیر گسسته می‌شود [۲۵]:

$$\left(-\frac{1}{\rho} \nabla P\right)_i = - \sum_j m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2}\right) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (6)$$

$P_k$  و  $\rho_k$  به ترتیب فشار و چگالی مربوط به ذره  $k$  ام است. در این پژوهش، از فرمولاسیون زیر برای گسسته‌سازی ترم فشار در جریان دوفازی استفاده شده است.

$$\left(-\frac{1}{\rho} \nabla P\right)_i = - \sum_j m_j \left(\frac{P_i + P_j}{\rho_i \rho_j}\right) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (7)$$

روش‌های مختلفی برای محاسبه ترم لزجت معادله مومنتم وجود دارد. یکی از متداول‌ترین این روش‌ها که به وسیله‌ی موناهاان پیشنهاد شده است، استفاده از لزجت مصنوعی است. بر این اساس، معادله مومنتم به صورت زیر تبدیل

می‌کند. در بیشتر پژوهش‌های انجام شده در زمینه شکست سد، سرعت بالارفتن دریچه در نظر گرفته نشده است. در این پژوهش سرعت بالارفتن دریچه در پدیده شکست سد لحاظ شده است. همچنین بررسی آزمایشگاهی پدیده دوفازی شکست سد انجام و نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. برنامه‌نویسی در محیط Visual FORTRAN انجام و نتایج به دست آمده با استفاده از نرم‌افزار Tecplot ترسیم شده است.

### معادلات حاکم در روش SPH

روش SPH، در واقع یک روش میانگین‌گیری وزنی برای برآورد کمیت یک پارامتر است، به گونه‌ای که برای برآورد کمیت یک پارامتر در یک نقطه معین، فرض می‌شود که نقاط مجاور، هر کدام با توجه به یک تابع درونیابی (تابع کرنل)، در تخمین مقدار این پارامتر در نقطه مورد نظر مشارکت دارند. محدوده اطراف یک نقطه مشخص که نقاط واقع در این محدوده در درونیابی مقدار کمیت یک پارامتر در نقطه مورد نظر مشارکت دارند، ناحیه تأثیر آن نقطه نامیده می‌شود. مقدار تابع در ذره  $i$ ، به وسیله میانگین مقادیر تابع آن‌ها در کل ذرات میدان تأثیر ذره  $i$  که به وسیله تابع هموارکننده وزن‌دهی شده‌اند، تقریب زده می‌شود. به گونه‌ای که هر خصوصیت ذره  $i$  را می‌توان در روش SPH، به صورت زیر تقریب زد.

$$f(x_i) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W_{ij} \quad (1)$$

که  $m_j$  و  $\rho_j$  به ترتیب نشان‌دهنده جرم و چگالی ذره  $j$  و  $N$  نشان‌دهنده تعداد ذرات همسایه است.  $W_{ij}$  نیز تابع هموارسازی یا کرنل است. همچنین برای یک ذره مشخص  $i$ ، مقدار مشتق اول به صورت زیر تقریب زده می‌شود [۱۷]:

می‌شود [۲۳]:

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = -\sum_j m_j \left( \frac{P_j}{\rho_j^2} + \frac{P_i}{\rho_i^2} + \Pi_{ij} \right) \vec{\nabla}_i W_{ij} + \vec{g} \quad (۸)$$

که  $\Pi_{ij}$  ترم لزجت مصنوعی است و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} -\frac{\alpha \bar{C}_{ij} M_{ij}}{\bar{\rho}_{ij}} & \vec{v}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij} < 0 \\ 0 & \vec{v}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij} > 0 \end{cases} \quad (۹)$$

$\alpha$  یک پارامتر آزاد است که در مسائل مختلف می‌تواند متفاوت باشد.  $\vec{\nabla}_i$  اختلاف سرعت دو ذره  $i$  و  $j$ ،  $\vec{r}_{ij}$  فاصله بین دو ذره،  $C_{ij}$  میانگین سرعت صوت دو ذره و  $v_{ij}$  برابر

$$\text{با } M_{ij} = \frac{h \vec{v}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij}}{|\vec{r}_{ij}|^2 + 0.01h^2} \text{ نوع دیگر از فرم SPH}$$

ترم لزجت در معادله مومنتم، به صورت زیر است [۸]:

$$\left( \frac{\mu \nabla^2 V}{\rho} \right)_i = \sum_j \frac{4m_j (\mu_i + \mu_j) \vec{r}_{ij} \cdot \vec{\nabla}_i W_{ij}}{(\rho_i + \rho_j)^2 (|\vec{r}_{ij}|^2 + 0.01h^2)} \vec{v}_{ij} \quad (۱۰)$$

در سیالات نیوتنی مقدار  $\mu$  ثابت است در حالی که در سیالات غیرنیوتنی مقدار  $\mu$  وابسته به نرخ کرنش است که در ادامه توضیح داده می‌شود.

### معادله پیوستگی

فرم لاگرانژی معادله پیوستگی به صورت زیر است:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (۱۱)$$

که  $\rho$  چگالی،  $\vec{u}$  بردار سرعت و  $t$  زمان است. نرخ تغییرات چگالی در مدل SPH، بر اساس دیورژانس سرعت و با استفاده از معادله پیوستگی به دست می‌آید [۲۳]:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j \vec{v}_{ij} \cdot \vec{\nabla}_i W_{ij} \quad (۱۲)$$

$i$  اندیس ذره مورد نظر و  $j$  اندیس ذرات همسایه است.

شکل دیگری از معادله پیوستگی که برای جریان دوفازی توصیه و در این پژوهش استفاده شده است، به این شکل است:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_j m_j \frac{\rho_i}{\rho_j} \vec{v}_{ij} \cdot \vec{\nabla}_i W_{ij} \quad (۱۳)$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، در فرمولاسیون بالا از نسبت چگالی‌های ذرات استفاده شده است که در جریان دوفازی بسیار مهم است.

### معادله حالت فشار

در اینجا از معادله حالت فشار که به وسیله‌ی موناغان پیشنهاد شده است، استفاده می‌شود. که  $\rho_0$  چگالی مرجع و برای آب برابر با ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب است.  $\gamma = 7$ ،  $B = \frac{c_0^2 \rho_0}{\gamma}$  و  $c_0$  سرعت صوت در چگالی مرجع است [۲۵]:

$$P = B \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (۱۴)$$

### معادله XSPH

حرکت ذره در هر گام زمانی بر اساس معادله XSPH که در زیر به آن اشاره شده است، محاسبه می‌شود [۲۲]:

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i + \varepsilon \sum_j m_j \frac{\vec{v}_{ji}}{\bar{\rho}_{ij}} W_{ij} \quad (۱۵)$$

که  $\bar{\rho}_{ij} = \frac{(\rho_i + \rho_j)}{2}$  و  $\vec{v}_{ji} = \vec{v}_j - \vec{v}_i$  است.  $\varepsilon$  یک

ضریب ثابت است و بیشتر  $0 \leq \varepsilon \leq 0.5$  است. معادله بالا به عنوان تصحیح XSPH شناخته می‌شود و اولین بار به وسیله‌ی Monaghan معرفی شد. در اینجا مقدار  $\varepsilon$  برابر با ۰/۵ در نظر گرفته شده است.

$$\delta t = 0.25 \min(\delta t_f, \delta t_{cv}) \quad (19)$$

و

$$\delta t_f = \min_i \left( \frac{h_i}{|f_i|} \right) \quad (20)$$

که  $h$  طول هموارسازی و  $f_i$  مقدار نیرو در واجد جرم یا شتاب ذره می‌باشد.

$$\delta t_{cv} = \min_i \frac{h}{c_i + 0.6(\alpha c_i + \beta \max_j M_{ij})} \quad (21)$$

$c_i$  سرعت صوت است و  $\alpha$  و  $\beta$  ضرایب ثابتی می‌باشند که در اکثر موارد برابر با یک در نظر گرفته می‌شوند.  $M_{ij}$  به ترم لزجت مصنوعی مربوط می‌شود [۲۳].

### مدل رئولوژی

سیالات غیرنیوتنی نقش بسیار مهمی در کاربردهای مختلف مهندسی ایفا می‌کنند. انواع مختلفی از سیالات غیرنیوتنی وجود دارد که هر کدام از آنها بر اساس مدل رئولوژی مناسب بررسی می‌شوند. یکی از گروه‌های مهم سیالات غیرنیوتنی، سیالات ویسکوپلاستیک می‌باشد. این سیالات در مقابل تغییر شکل اولیه مقاومت می‌کنند و فقط زمانی تغییر شکل می‌دهند یا جریان می‌یابند که مقدار تنش بیشتر از مقدار تنش بحرانی، که به آن تنش تسلیم گفته می‌شود، باشد. بنابراین سیالات ویسکوپلاستیک زمانی که تنش برشی وارده کمتر از تنش تسلیم آنها باشد، مانند جامدات رفتار می‌کنند. در مواد دانه‌ای نیز رفتاری مشابه آنچه گفته شد، وجود دارد. بطوری‌که یکی از ویژگی‌های این مواد این است که در برابر تنش برشی ابتدا مانند یک جسم جامد عمل می‌کنند و تغییر شکل نمی‌دهند، اما با افزایش تنش برشی به حالت شبه سیال در آمده و جاری می‌شوند. به عبارت دیگر ماسه می‌تواند به عنوان یک سیال غیرنیوتنی در نظر گرفته می‌شود. مدل‌های مختلفی برای شبیه‌سازی این

### شرایط مرزی

روش‌های مختلفی برای شبیه‌سازی مرزهای جامد در SPH به کار برده شده است. در این تحقیق، از روش مرزهای دافعه برای شبیه‌سازی مرزهای جامد استفاده شده است. در این روش، نیروی دافعه از طرف ذرات مرزی به ذرات سیال وارد می‌شود [۲۴]. برای ذرات مرزی، این نیرو به معادله مومتم اضافه می‌گردد.

$$\vec{f}(x, y) = \vec{n} \cdot P(x) \cdot R(y) \quad (16)$$

که  $n$  بردار نرمال واحد از مرز است.  $x$  و  $y$  مؤلفه‌های جداکننده ذرات سیال و ذرات مرزی در جهت‌های افقی و عمودی می‌باشند. توابع  $P$  و  $R$  نیز به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$P(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \frac{\pi x}{\Delta p} \right) & x < \Delta p \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (17)$$

و

$$R(x) = \begin{cases} A \frac{1}{\sqrt{q}} (1 - q) & q < 1 \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (18)$$

که  $q = y/\Delta p$  و  $\Delta p$  فاصله اولیه بین ذرات می‌باشد.

### پایداری و محاسبه گام زمانی

گام زمانی بر اساس شرط CFL<sup>۱</sup> تعیین می‌شود. شرط CFL، نیازمند این است که گام زمانی متناسب با کوچکترین فاصله ذره باشد که در SPH با کوچکترین طول هموارسازی نشان داده می‌شود. موناهان برای تعیین گام زمانی، از نیروهای خارجی، شرط CFL و پخش لزج استفاده کرده است [۲۴]:

1- Courant-Fredrich-Levy

Cross ثابت نگه داشته می‌شود. مقدار  $m$  برابر با یک و مقدار  $\mu_{eff}$  با ترکیب معادله بینگهام و کراس و استفاده از مقادیر فوق به جای پارامترهای رئولوژیکی، بدست می‌آید.

### شکست سد

پدیده شکست سد یک جریان سطح آزاد می‌باشد که با برداشتن ناگهانی یک مانع از جلوی یک حجم آب و رها شدن سریع آب رخ می‌دهد. در این تحقیق، ابتدا نتایج حاصل از مدل عددی در نمونه تک فازی شکست سد با نتایج بدست آمده از روش‌های مختلف عددی و نتایج آزمایشگاهی مقایسه می‌شود. این نمونه شامل ستونی از آب به ارتفاع ۲ متر و عرض ۱ متر می‌باشد. سپس دو نمونه دوفازی آب و رسوب مورد بررسی قرار گرفت. در نمونه چگونگی حرکت رسوبات و همچنین تغییرات سطح آب و رسوب در ساختاری که در شکل (۱) نشان داده شده است، بررسی می‌شود. نتایج بدست آمده از این نمونه نیز با نتایج آزمایشگاهی و عددی سایر محققین مقایسه می‌گردد. پس از ارزیابی مدل SPH ارائه شده در این تحقیق بر اساس نمونه ۱ و مقایسه آن با نتایج عددی و آزمایشگاهی سایر محققین، این مدل عددی جهت شبیه‌سازی جریان آب و رسوب در نمونه ۲ شکست سد که در شکل (۲) نشان داده شده است، مورد استفاده قرار گرفت و نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی بر اساس مدل فیزیکی ساخته شده در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه تربیت مدرس مقایسه و ارزیابی شد. در مدل عددی، ستونی از آب به ارتفاع ۵۰ سانتیمتر و عرض ۲۵ سانتیمتر در نظر گرفته شده است. این ستون آب بوسیله یک دریچه که در مقابل آن

گروه از سیالات غیرنیوتنی وجود دارد که مهمترین این مدل‌ها، مدل پلاستیک بینگهام<sup>۱</sup> است که به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} \tau = \mu_B \dot{\gamma} + \tau_B & \tau \geq \tau_B \\ \dot{\gamma} = 0 & \tau \leq \tau_B \end{cases} \quad (22)$$

که  $\mu_B$  و  $\tau_B$  به ترتیب ضریب لزجت و تنش تسلیم بینگهام می‌باشند که بسته به نوع رسوبات می‌توانند متفاوت باشند [۲۹]. در این نوع سیالات غیرنیوتنی، لزجت مؤثر ( $\mu_{eff}$ ) برابر است با:

$$\mu_{eff} = \mu_B + \frac{\tau_B}{\dot{\gamma}} \quad (23)$$

که در دو بُعدی، نرخ برش، یعنی  $\dot{\gamma}$ ، به صورت زیر بدست می‌آید [۲۹]:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} \quad (24)$$

یکی از مدل‌های مورد استفاده در سیالات غیرنیوتنی از نوع شبه پلاستیک، مدل کراس است که دارای چهار پارامتر رئولوژیکی می‌باشد:

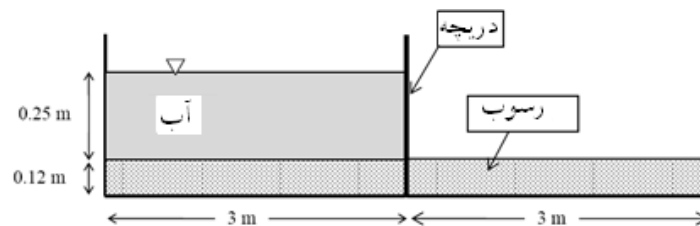
$$\frac{\mu_0 - \mu_{eff}}{\mu_{eff} - \mu_\infty} = (K\dot{\gamma})^m \quad (25)$$

$m$  و  $K$  پارامترهای ثابت و  $\mu_0$  و  $\mu_\infty$  نیز به ترتیب نشان‌دهنده لزجت در نرخ‌های برشی بسیار کم و بسیار زیاد می‌باشند. در محاسبات عددی، مقادیر بالای  $\mu_{eff}$  باعث واگرایی عددی می‌شود. بنابراین وقتی در محاسبات عددی از مدل بینگهام استفاده می‌شود، برای اطمینان از همگرایی،  $\mu_{eff}$  در یک مقدار بالا ثابت نگه داشته می‌شود. برای جلوگیری از ناپایداری عددی،  $\mu_\infty$  در مقدار بزرگ  $1000\mu_\infty$  برای مدل

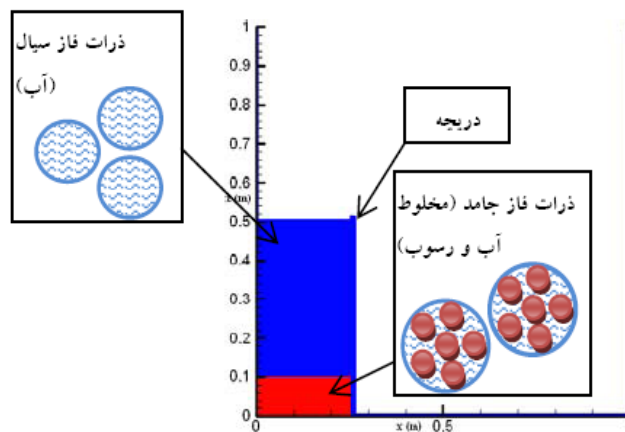
1- Bingham plastic  
2- Cross

الگوریتم در هر گام زمانی یک شبکه‌بندی فرضی بر روی محیط ایجاد می‌شود و برای یافتن ذرات همسایه، تعامل ذره مورد بررسی فقط با ذراتی در نظر گرفته می‌شود که آن ذرات در ۹ المان مجاور المان ذره مورد بررسی قرار گیرند. برای شبیه‌سازی مخلوط آب و رسوب به‌عنوان سیال غیرنیوتنی از ترکیب دو مدل کراس و بینگهام استفاده شده است. از آنجا که  $\mu_B$  و  $\tau_B$  مقادیر ثابت در مدل عددی می‌باشند، محدوده مقادیر آنها بر اساس نتایج ارائه شده توسط محققان مختلف [۴]، [۷] و [۲۹] تعیین شده است. سپس برای مدل عددی به‌کار برده شده در این تحقیق مقادیر مختلف  $\mu_B$  و  $\tau_B$  از مقایسه نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی مستقل، برای رسوبات با قطر متوسط  $1/4$  میلی‌متر برابر با  $250$  و  $0.01$  بدست آمده است. در روش SPH، شرایط مرزی با استفاده از شرط مرزی دافعه مدل شده است.

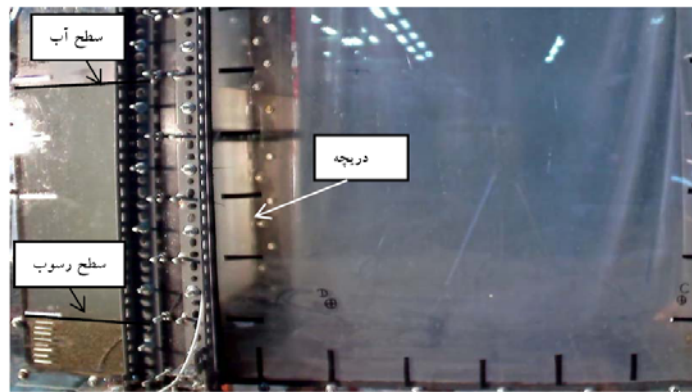
قرار دارد، محدود می‌شود. در کف این ستون آب، رسوبات به ارتفاع  $10$  سانتیمتر وجود دارند. پدیده شکست سد با برداشتن ناگهانی دریچه از جلوی ستون آب اتفاق می‌افتد. در این تحقیق، شبیه‌سازی دوفازی شکست سد با در نظر گرفتن سرعت دریچه انجام شده است. سرعت بالارفتن دریچه در آزمایشگاه برابر با  $0.76$  متر بر ثانیه می‌باشد که در شبیه‌سازی عددی نیز سرعت باز شدن دریچه برابر با  $0.76$  متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. شکل (۲) ساختار اولیه ذرات آب و رسوب و همچنین ذرات فاز سیال و فاز جامد SPH را در مدل عددی نشان می‌دهد. چگالی ذرات آب و رسوب به ترتیب برابر با  $1000$  و  $1650$  کیلوگرم بر مترمکعب می‌باشند. برای بدست آوردن خصوصیات ذرات در هر گام زمانی از روش پیش‌بینی تصحیح استفاده شده است. به منظور یافتن ذرات همسایه ذره مورد نظر از الگوریتم معروف link list استفاده شده است [۲۱]. در این



شکل (۱) - ساختار اولیه ذرات آب و رسوب در نمونه عددی دوفازی SPH (نمونه ۱)



شکل (۲) - ساختار اولیه ذرات آب و رسوب در مدل عددی دوفازی SPH (نمونه ۲)



شکل (۳) - مدل آزمایشگاهی پدیده شکست سد

که  $A_{SPH\ i}$  و  $A_{exact\ i}$  به ترتیب نشان‌دهنده مقادیر بدست آمده از آزمایشات و روش SPH،  $n$  تعداد داده‌ها می‌باشد.

### نتایج و بحث

در این بخش، ابتدا نتایج شکست سد در نمونه تک فازی بررسی می‌شود. شکل (۴) تغییرات جبهه موج ایجاد شده در شکست سد را با زمان  $(T^* = t\sqrt{g/H})$  در تحقیقات عددی مختلف، تحقیق حاضر و نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد.

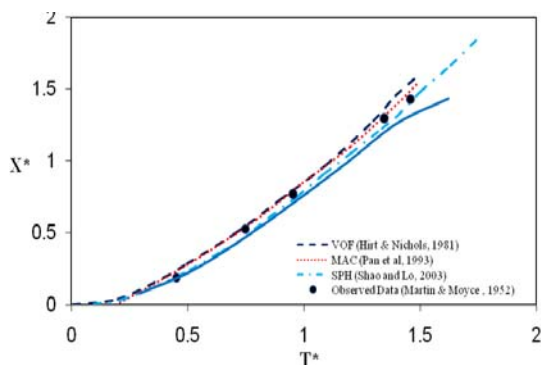
$x$  نشان‌دهنده فاصله افقی،  $H$  ارتفاع اولیه ستون آب،  $g$  شتاب ثقل و  $t$  زمان مورد بررسی می‌باشند. همانطور که ملاحظه می‌شود تطابق قابل قبولی بین نتایج بدست آمده در مدل حاضر با نتایج دیگر محققان و نتایج آزمایشگاهی وجود دارد. سپس نتایج بدست آمده از شکست سد در نمونه ۱ با نتایج آزمایشگاهی [۳۱] مقایسه می‌شود که در شکل (۵) نشان داده شده است. در این شکل، رسوبات با استفاده از روش ترکیبی بینگهام و کراس در مدل دوفازی SPH شبیه‌سازی شده‌اند. مقادیر خطای سطح آزاد آب در زمان‌های ۰/۵ و ۱ ثانیه به ترتیب برابر با ۵/۵ و ۵/۲ درصد و مقادیر خطای سطح آزاد رسوبات به ترتیب در زمان‌های فوق، برابر با ۷/۴۵ و ۸/۴ درصد می‌باشد. لازم به ذکر است

مدل فیزیکی که در آزمایشگاه دانشگاه تربیت مدرس ساخته شد [۱]، شامل ستونی از آب به ارتفاع ۵۰ و عرض ۲۵ سانتیمتر در محفظه‌ای از جنس پلکسی گلاس به ارتفاع ۱۰۰، طول ۱۰۰ و عرض ۴۰ سانتیمتر می‌باشد که دریچه‌ای در فاصله ۲۵ سانتیمتری مخزن برای نگه داشتن ستون آب به کار برده شد. رسوبات غیرچسبنده و با قطر متوسط ۱/۴ میلیمتر به ارتفاع ۱۰ سانتیمتر در زیر ستون آب قرار داده شدند. سپس دریچه با سرعت ۰/۶ متر بر ثانیه توسط اهرم به بالا کشیده شده و پدیده دو فازی شکست سد شکل می‌گیرد. جهت سهولت بالابردن دریچه از بلبرینگ‌هایی در دو طرف دریچه استفاده شده است. چگالی آب و رسوب در مدل آزمایشگاهی به ترتیب ۱۰۰۰ و ۱۶۵۰ کیلوگرم بر مترمکعب می‌باشند. شکل (۳) مدل آزمایشگاهی جهت بررسی پدیده شکست سد را نشان می‌دهد. ثبت نتایج مدل فیزیکی با استفاده از دوربین ALC-9171 انجام شد. در نهایت، نتایج بدست آمده از روش SPH با نتایج آزمایشگاهی مقایسه و مقدار خطا محاسبه شد. خطای کل با استفاده از روش جذر مجموع مربعات خطای نسبی تمام ذرات و از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۲]:

$$E = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{A_{exact\ i} - A_{SPH\ i}}{A_{exact\ i}} \right)^2}{n}} \quad (26)$$



آب و رسوب را با استفاده از مدل ترکیبی بینگهام و کراس در زمان‌های ۰/۳۲ و ۰/۵۲ ثانیه نشان می‌دهد. سرعت بالارفتن دریچه برابر با ۰/۶ متر بر ثانیه می‌باشد. در روش عددی با تغییر سرعت بازشدن دریچه، چگونگی حرکت رسوبات تغییر می‌کند. همچنین شکل‌های (۸) و (۹) به ترتیب بردارهای سرعت و تغییرات فشار ذرات آب و رسوب را در زمان ۰/۲ ثانیه نشان می‌دهند. چون بیشترین مقدار آب-شستگی در زمان‌های اولیه بازشدن دریچه اتفاق می‌افتد، بنابراین تغییرات بردار سرعت و همچنین فشار ذرات در زمان ۰/۲ ثانیه نشان داده شده است.

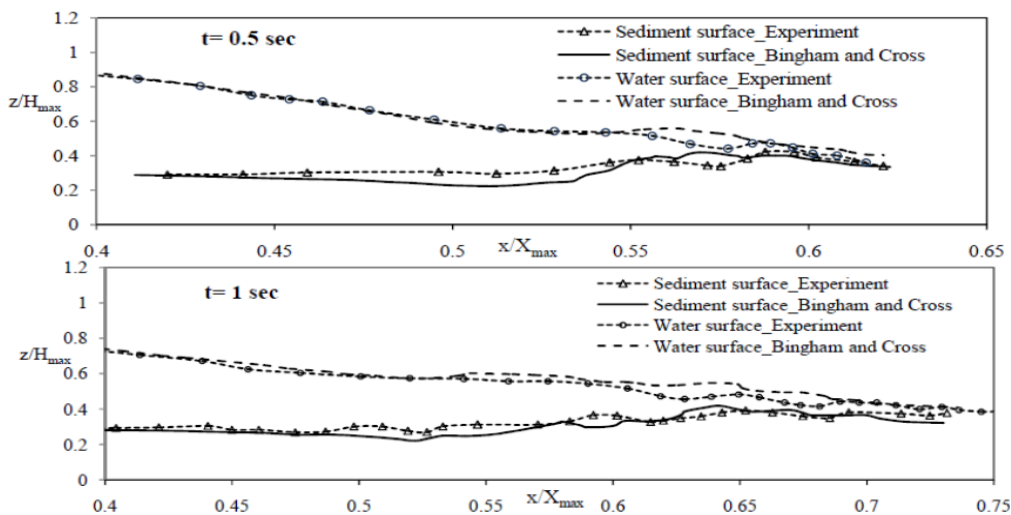


شکل (۴) - مقایسه نتایج شکست سد با روش SPH در تحقیق حاضر با سایر تحقیقات: مدل اولری VOF [۱۳]، مدل اولری MAC [۲۶]، نتایج آزمایشگاهی [۲۰] و مدل SPH [۲۹]

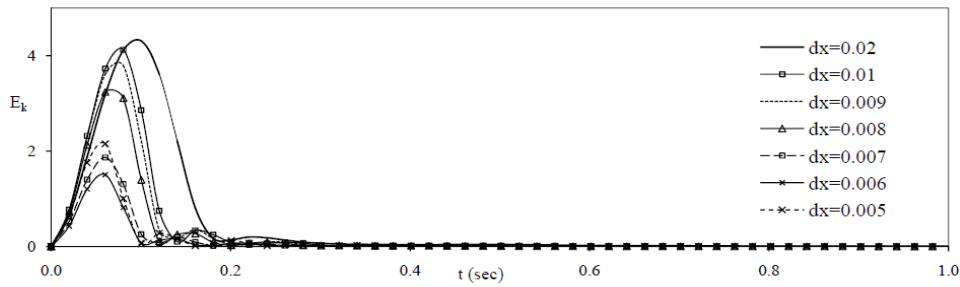
که مقدار خطا بر اساس رابطه (۲۶) برای نقاط سطح پروفیل بدست آمده است. در نمونه ۲ جریان دوفازی شکست سد، فاصله اولیه بین ذرات برابر با ۰/۰۷ متر در نظر گرفته شده است. در نتیجه تعداد کل ذرات برابر با ۶۰۴۹ است. برای تعیین فاصله بهینه بین ذرات، یک نمونه مخزن ساکن به عرض ۲۵ و ارتفاع ۵۲ سانتیمتر در نظر گرفته شد. ارتفاع آب و رسوب به ترتیب ۵۰ و ۱۰ سانتیمتر می‌باشد که مشابه مقادیر نمونه ۲ شکست سد می‌باشد. با توجه به ساکن بودن ذرات SPH آب و رسوب در این مخزن، انرژی جنبشی ذرات برابر با صفر می‌باشد. در نتیجه به ازای فواصل مختلف ذرات، شبیه‌سازی عددی SPH در این نمونه عددی انجام و تغییرات انرژی جنبشی بررسی شد. انرژی جنبشی از رابطه زیر محاسبه شده است:

$$E_k = \sum_i 0.5 \times m_i \times |v_i|^2 \quad (27)$$

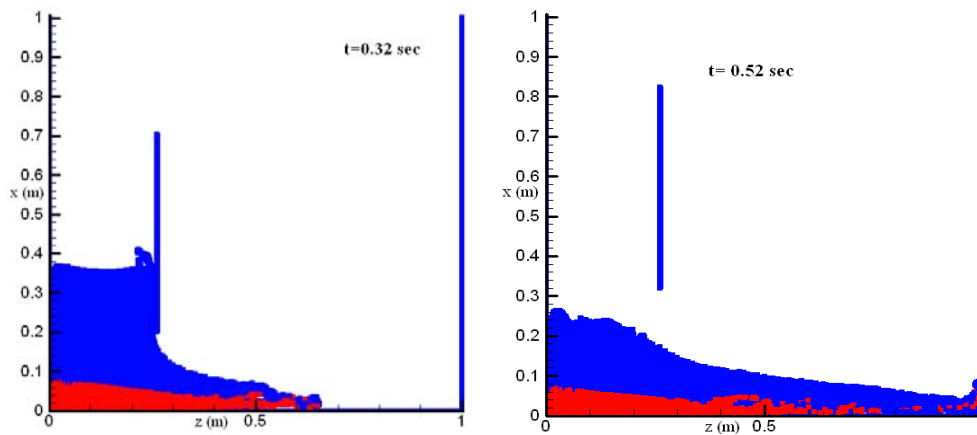
تغییرات انرژی جنبشی ذرات در شکل (۶) نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود، وقتی فاصله اولیه ذرات برابر با ۰/۰۷ متر است، نوسانات انرژی جنبشی کمتر می‌باشد. بنابراین از بین فواصل اولیه مختلف، مقدار ۰/۰۷ متر مناسب‌تر می‌باشد. شکل (۷) چگونگی حرکت ذرات SPH



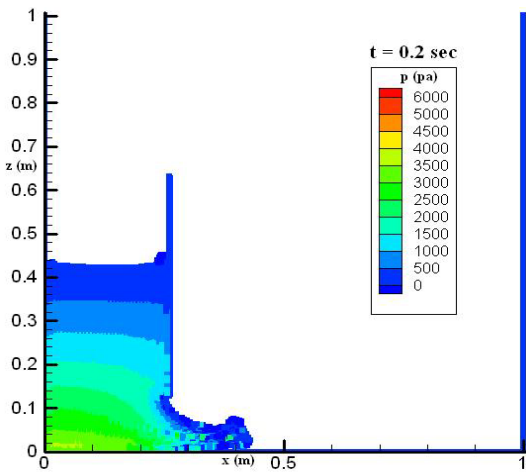
شکل (۵) - مقایسه سطوح آزاد آب و رسوب در نمونه ۱ شکست سد با روش SPH و نتایج آزمایشگاهی [۳۱]



شکل (۶) - تغییرات انرژی جنبشی ذرات به ازای مقادیر مختلف  $dx$  (فاصله اولیه بین ذرات) بر حسب متر

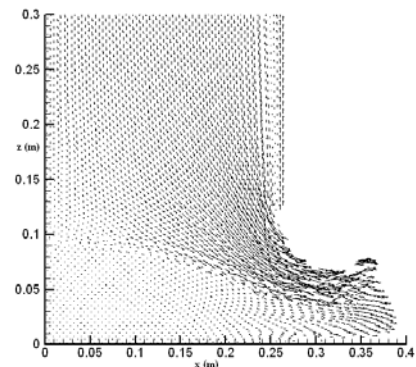


شکل (۷) - موقعیت ذرات آب و رسوب در پدیده دوفازی شکست سد در زمان‌های ۰/۳۲ و ۰/۵۲ ثانیه با روش SPH



شکل (۹) - تغییرات فشار ذرات آب و رسوب در زمان ۰/۲ ثانیه

شکل (۸) نشان می‌دهد که بیشترین سرعت در محل بازشدگی دريچه وجود دارد که باعث حرکت سریع رسوبات واقع در این محل و در نتیجه آب‌شستگی می‌گردد. همچنین تغییرات فشار در شکل (۹) نشان‌دهنده توزیع هیدرواستاتیک فشار ذرات می‌باشد.



شکل (۸) - بردار سرعت ذرات آب و رسوب در فاصله ۰/۴ متر اولیه مخزن در زمان ۰/۲ ثانیه

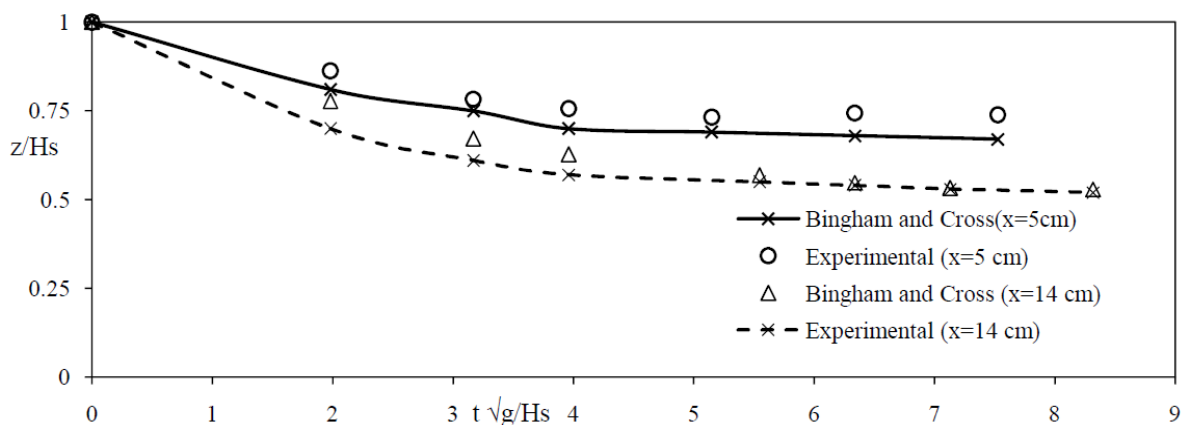
برای اطمینان از درستی نتایج بدست آمده از روش عددی SPH، نتایج بدست آمده با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شدند. در این راستا، تغییرات ارتفاع رسوبات در فاصله ۵ و ۱۴ سانتیمتری مخزن در زمان‌های مختلف با داده‌های بدست

### جمع‌بندی

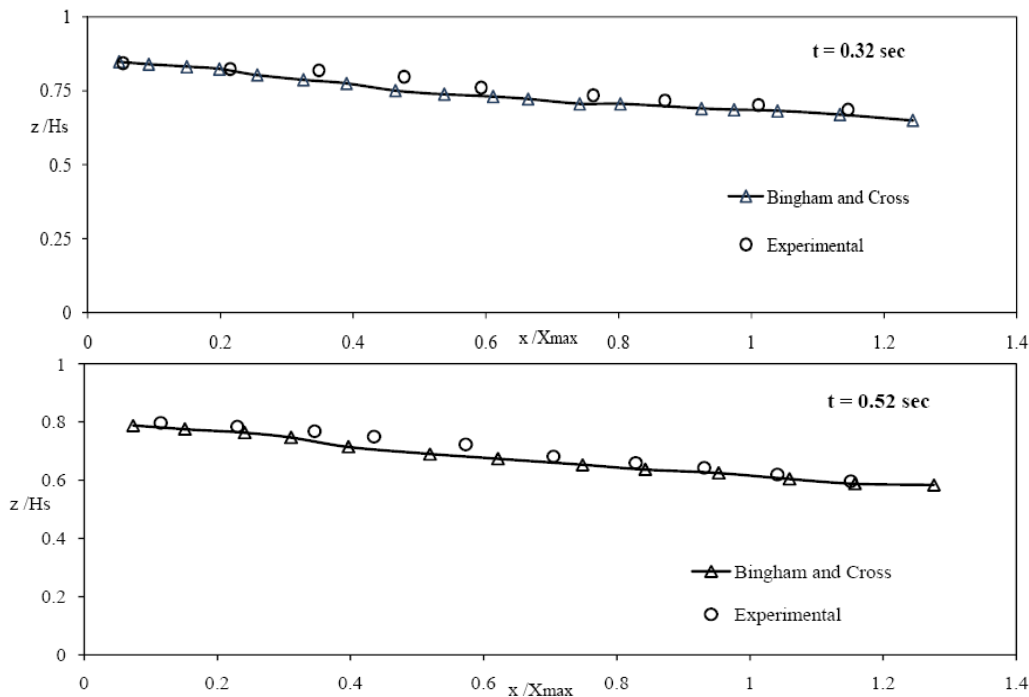
در این تحقیق از یک روش عددی جدید و بدون شبکه-بندی به نام هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) در شبیه-سازی جریان دوفازی شکست سد استفاده شده است. برای محاسبه فشار ذرات به جای استفاده از معادله پوآسون، از معادله حالت فشار با فرض مقداری تراکم‌پذیری استفاده شده است.

برای صحت‌سنجی مدل، ابتدا شکست سد برای حالت تک فازی شبیه‌سازی شده و نتایج آن با نتایج عددی و آزمایشگاهی سایر محققین مقایسه شد. سپس دو نمونه دوفازی شکست سد شبیه‌سازی و نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد. مقدار خطای بدست آمده از تغییرات ارتفاع رسوبات در فواصل ۵ و ۱۴ سانتیمتری مخزن در روش SPH برابر با ۶/۵۵ و ۵/۹۴ درصد می‌باشد. مقادیر خطای سطح آزاد آب در زمان‌های ۰/۵ و ۱ ثانیه به-ترتیب برابر با ۵/۵ و ۵/۲ درصد و مقادیر خطای سطح آزاد رسوبات به‌ترتیب در زمان‌های فوق، برابر با ۷/۴۵ و ۸/۴ درصد بدست آمده است.

آمده از آزمایشگاه مقایسه شدند. شکل (۱۰) تغییرات ارتفاع رسوب را در نقاط معین به فاصله ۵ و ۱۴ سانتیمتری مخزن در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد. محور افقی نشان‌دهنده زمان و محور عمودی نشان‌دهنده ارتفاع رسوبات می‌باشد که با استفاده از ارتفاع اولیه رسوبات ( $H_s$ ) و شتاب ثقل ( $g$ )، بدون بُعد شده‌اند. همانطور که در شکل‌ها ملاحظه می‌شود، تطابق خوبی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی وجود دارد. میزان خطای مربوط به تغییر ارتفاع رسوب در فاصله ۵ و ۱۴ سانتیمتری مخزن به‌ترتیب برابر با ۶/۵۵ و ۵/۹۴ درصد می‌باشد. برای بررسی دقیق‌تر تغییرات رسوب، مقایسه بین پروفیل سطح رسوبات در مخزن در زمان‌های مختلف با نتایج آزمایشگاهی، نیز انجام شد. شکل (۱۱) تغییرات پروفیل رسوبات را در زمان‌های ۰/۳۲ و ۰/۵۲ ثانیه نشان می‌دهد. محور افقی نشان‌دهنده موقعیت افقی و محور عمودی نشان‌دهنده موقعیت عمودی ذرات می‌باشد که با استفاده از ارتفاع اولیه رسوبات ( $H_s$ ) و بیشترین مقدار طول ( $X_{max}$ )، بدون بُعد شده‌اند. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که تطابق خوبی بین نتایج بدست آمده از روش عددی SPH و نتایج آزمایشگاهی، به-خصوص در نقاط نزدیک به محل دریچه، وجود دارد.



شکل (۱۰)- تغییرات ارتفاع رسوبات بالادست با زمان، در فاصله ۵ و ۱۴ سانتیمتری مخزن در نمونه ۲ شکست سد



شکل (۱۱) - پروفیل سطح رسوبات مخزن در زمان ۰/۳۲ و ۰/۵۲ ثانیه

۱. رضوی طوسی، س. ل. (۱۳۹۱) شبیه‌سازی دوبعدی آب- شستگی سریع رسوبات ناشی از عملیات تخلیه رسوب با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار. رساله دکتری. رشته سازه‌های آبی. دانشگاه تربیت مدرس.

۲. ولی‌زاده، ع. (۱۳۸۷) مدل‌سازی دوفازی پخش و انتقال آلودگی نفتی در دریا. رساله دکتری. رشته مهندسی عمران - سازه‌های هیدرولیکی. دانشگاه تربیت مدرس.

3. Abderrezak, K. E. K., Paquier, A. and Gay, B. (2008). One-dimensional numerical modeling of dam-break waves over movable beds: Application to experimental and field cases. *Environ Fluid Mech.* 8. 169- 198.
4. Ashtiani, B. A., Shobeyri, G. and Farhadi, L. (2007). Modified incompressible SPH method for simulating freesurface problems. *Fluid Dynamics Research.* <http://dx.doi.org/10.1016/j.fluidyn.2007.12.001>.
5. Cao, Zh., Pender, G., Wallis, S. and Carling, P. (2004). Computational Dam-Break Hydraulics over Erodible Sediment Bed. *Journal of Hydraulic Engineering.* ASCE. PP: 689- 703.

همچنین مقایسه پروفیل سطح رسوبات مخزن در زمان‌های مختلف نشان‌دهنده عملکرد مناسب روش SPH در شبیه‌سازی جریان دوفازی آب و رسوب می‌باشد. به طوری که مقدار خطای پروفیل سطح رسوبات در زمان ۰/۳۲ ثانیه برابر با ۳/۴۴ درصد و در زمان ۰/۵۲ ثانیه برابر با ۳/۳۹ درصد می‌باشد. از دیگر نکات قابل توجه در این تحقیق، سرعت باز شدن دریچه است که در اکثر تحقیقات مربوط به شکست سد به آن توجه نمی‌شود. سرعت باز شدن دریچه در آزمایشگاه و مدل عددی برابر با ۰/۶ متر بر ثانیه می‌باشد. نتایج بدست آمده از این تحقیق نشان می‌دهد که روش SPH توانایی مدل کردن جریان‌ات سریع دوفازی را به خوبی داراست. بنابراین این مدل می‌تواند برای شبیه‌سازی جریان‌ات با سطح آزاد و همچنین جریان‌ات رسوب به‌عنوان ابزار مفید مورد استفاده قرار گیرد.

## مراجع

20. Martin, J.C, Moyce, W.J. (1952). "An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane." *Philos Trans R Soc London, Ser A.*, Vol. 244, No. 882, pp. 312-324.
21. Monaghan, J. J. (1985). Particle methods for hydrodynamics. *Physics reports.* 3 (2). 71p.
22. Monaghan, J. J. (1989). On the problem of penetration in particle methods. *Journal of Computational physics.* 82. pp:1-15.
23. Monaghan, J. J. (1992). Smoothed particle hydrodynamics. *Ann. Rev. Astronom. Astrophys.* 30. pp:543-574.
24. Monaghan, J. and Kos, A. (1999). Solitary Waves on a Cretan Beach. *J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering.* pp: 145- 154.
25. Monaghan, J. J. (2005). Smoothed Particle Hydrodynamics, *Rep. Prog. Phys.* 68, 1703-1759.
26. Pan, C.H., Xu, X.Z. and Lin, B.Y. (1993). "Simulating free surface flows by MAC method." *Estuar Coastal Eng.*, Vol. 1, No. 2, pp. 51-8.
27. Rosatti, G., Murillo, J. and Fraccarollo, L. (2008). Generalized Roe schemes for 1D two-phase, free-surface flows over a mobile bed. *Journal of Computational Physics.* 227. PP: 10058-10077.
28. Shakibaeinia, A. and Jin, Y. C. (2011). A mesh-free particle model for simulation of mobile-bed dam break. *Advances in Water Resources.* 34. PP: 794-807.
29. Shao, S., Lo, E. Y. M. (2003). Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface. *Advances in water resources.* 26. 787-800.
30. Sibilla, S. (2008). An SPH method to simulate local scouring. SPHERIC- second international workshop. Madrid, May 23rd-25th.
31. Spinewine, B. (2005). Two-layer flow behaviour and the effects of granular dilatancy in dam break induced sheet-flow, PhD thesis, Univerisité de Louvain.
32. Tseng, M. H. and Chu, C. R. (2000). The simulation of dam-break flows by an improved Predictor-corrector TVD scheme. *Advances in Water Resources.* 23. PP: 637-643.
33. Wendland, H. (1995). Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree. *Advances in Computational Mathematics.* 4(1). pp: 389-396.
34. Zu, S. and Dalrymple, R. (2004). Sediment suspension modeling by smoothed particle hydrodynamics. *Coastal engineering .* 1948-1958.
6. Costabile, P. and Macchione, F. (2006). One dimensional modeling of dam break flow over erodible sediment bed. *Proceedings of the international conference on fluvial hydraulics.* Lisbon. Portugal.
7. Crespo, A. J. C., Gómez-Gesteira, M. and R. A. and Dalrymple, F. (2008). Modeling Dam Break Behavior over a Wet Bed by a SPH Technique. *Journal of waterway, port, coastal and ocean engineering.* ASCE. PP: 313-320.
8. Cummins, S. J. and Rudman, M. (1999). An SPH projection method. *J. Comput. Phys.* 152. pp: 584-607.
9. Dalrymple, R. A. and Knio, O. (2001). SPH modeling of water waves. *Proceeding of coastal dynamics.* 10. PP: 227-264.
10. Falappi, S., Gallati, M. and Maffio, A. (2007). SPH simulation of sediment scour in reservoir sedimentation problems. SPHERIC- second international workshop. Madrid, May 23rd-25th.
11. Gottardi, G. and Venutelli, M. (2004). Central scheme for two-dimensional dam-break flow simulation. *Advances in Water Resources.* 27. PP: 259-268.
12. Gingold, R. A. and Monaghan, J. J. (1977). Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars. *Mon. Not. R. astr. Soc.* 375- 389.
13. Hirt, C.W. and Nichols, B.D. (1981). "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries." *J Comput Phys*, Vol. 39, No. 1, pp. 201-25.
14. Hu, C. and Sueyoshi, M. (2010). Numerical Simulation and Experiment on Dam Break Problem. *J. Marine. Sci. Appl.* 9. PP:109-114.
15. Issa, R., Boersma, B. J., Violeau, D. and Laurence, D. (2006). Modelling turbulence flows through larg eddy simulation in SPH. 1st SPHERIC workshop, Roome, 10th May.
16. Kim, S. (2002). A Study of Non-Newtonian Viscosity and Yield Stress of Blood in a Scanning Capillary-Tube Rheometer. Ph.D. thesis. Faculty of Drexel University.
17. Liu, G. R. and Liu, M. B. (2003). Smoothed Particle Hydrodynamics: A Meshfree Particle Method, World Scientific Publishing.
18. Lucy, L. B. (1977). A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *Astron. J.* 82. pp: 1013-1024.
19. Manenti, S., Di Monaco, A., Gallati, M., Sibilla, S., Agate, G., Guandalini, R., Maffio, G. (2009). Simulating rapid sediment scour by water flow with SPH, SPHERIC Conference.