

# مدل سازی رفتار سخت‌شدگی کششی اعضاء بتن مسلح الیافی

رضا کامرانی راد<sup>۱</sup>، مسعود سلطانی محمدی<sup>۲\*</sup>

۱. دانشجوی دکتری مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

۲. دانشیار دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

تاریخ پذیرش: [۹۵/۱۰/۱۸]

تاریخ دریافت: [۱۳۹۵/۸/۲۲]

msoltani@modares.ac.ir

**چکیده** - افزودن الیاف به بتن مسلح، باعث ایجاد تغییراتی در سازوکارهای انتقال تنش روی سطح ترک می‌شود که از مهمترین آنها می‌توان به تغییر سازوکار انتقال کشش و برش اشاره نمود. پس از ایجاد ترک در نمونه، علاوه بر آرماتور، الیاف نیز دو سطح ترک را به هم متصل کرده و در انتقال تنش کششی بین دو صفحه‌ی ترک موثر است. این موضوع باعث افزایش ظرفیت کششی بتن و کاهش فواصل ترک‌ها در نمونه خواهد شد. در این مطالعه، رفتار نمونه‌های بتن الیافی دارای آرماتور تحت کشش خالص به صورت تحلیلی مدل سازی شده است. به منظور مدل‌سازی این رفتار، سازوکارهای موثر بر رفتار کششی نمونه مانند مدل رفتاری آرماتور، مدل رفتاری بتن تحت کشش، مدل انتقال تنش پیوند بتن و آرماتور و همچنین مدل رفتاری الیاف فولادی مستقیم و قلابدار تحت کشش در نظر گرفته شده است و با استفاده از یک الگوریتم عددی و روش حل تکراری و با فرض توزیع یکنواخت و تصادفی برای موقعیت و زاویه‌ی الیاف در نمونه، منحنی افزایش طول-ظرفیت باربری کششی نمونه تحت کشش خالص محاسبه می‌شود. با مقایسه نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی، می‌توان گفت که نتایج تحلیل‌ها انطباق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی دارد و به نظر می‌رسد فرضیات در نظر گرفته شده دارای دقت مناسبی هستند. در انتهای این مطالعه، به منظور بررسی کارایی مدل، اثر افزودن الیاف روی رفتار تنش کرنش متوسط آرماتور، رفتار سخت‌شدگی کششی ناشی از بتن و همچنین تاثیر الیاف روی فاصله‌ی ترک‌های ایجاد شده در نمونه بررسی شده است.

**واژگان کلیدی:** بتن الیافی، رفتار سخت‌شدگی کششی، الیاف فولادی، مدل رفتاری متوسط

## ۱- مقدمه

یکی از راهکارهایی که امروزه برای تقویت ظرفیت کششی بتن استفاده می‌شود، افزودن انواع الیاف به بتن است. به همین دلیل لازم است به منظور مدل‌سازی رفتار غیرخطی المان‌های بتن مسلح، تاثیر افزودن الیاف نیز در نظر گرفته شود. در یک نمونه‌ی بتن مسلح که تحت کشش خالص قرار می‌گیرد، قبل از ایجاد ترک در نمونه، بتن و آرماتور رفتاری خطی داشته و به صورت توأم در باربری کششی نمونه سهیم هستند، ولی پس از رخداد اولین ترک، ظرفیت کششی بتن در محل ترک کاهش

یافته و به صفر می‌رسد که این رفتار بتن، نرم‌شدگی کششی<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. در این مرحله علاوه بر آرماتور، بتن قرار گرفته بین دو ترک هنوز در باربری کششی نمونه تاثیرگذار است. به عبارت دیگر، در این ناحیه تنش کششی از طریق پیوند بتن و آرماتور به بتن منتقل می‌شود که به این رفتار، سخت‌شدگی کششی<sup>۲</sup> بتن گفته می‌شود و روی سختی و ظرفیت باربری نمونه تاثیرگذار است [1]. با توجه به اینکه این سازوکارها در رفتار غیرخطی بتن تاثیرگذار هستند برای در نظر گرفتن آنها

1 Tension Softening  
2 Tension Stiffening

باید از مدل‌های غیرخطی استفاده نمود. یکی از روش‌های مدل‌سازی رفتار غیرخطی بتن، استفاده از مدل‌های رفتاری متوسط‌گیری شده روی کل نمونه است [1]. در این روش به منظور توسعه‌ی مدل رفتاری هر سازوکار، رفتار نمونه‌ی بتنی در یک طول مشخص شامل تعدادی ترک متوسط‌گیری می‌شود. با توجه به این موضوع، هرچه قدر سازوکارهای موثر در این طول از نمونه با دقت بیشتری در نظر گرفته شوند، مدل به دست آمده معتبرتر بوده و رفتار کلی المان را با دقت بیشتری پیش‌بینی می‌نماید.

به منظور بررسی رفتار غیرخطی کششی بتن مسلح الیافی، تاکنون آزمایش‌های زیادی انجام شده است [2-5] و تاثیر پارامترهای متعددی مانند جنس، شکل هندسی و درصد الیاف، مقاومت بتن و قطر آرماتور روی رفتار کششی این نوع از بتن بررسی شده است. در همین راستا، پژوهشگران تلاش کرده‌اند مدل‌هایی برای پیش‌بینی این رفتار ارائه کنند. مدل‌های موجود بیشتر مبتنی بر نتایج آزمایشگاهی بوده [3-6] و مدل‌های فقط تحلیلی اندکی [7, 8] در این زمینه ارائه شده است. بیشتر مدل‌های مبتنی بر نتایج آزمایش قادرند فقط تاثیر الیاف روی ظرفیت نهایی کششی نمونه را پیش‌بینی کنند و نمی‌توانند تفاوت رفتار کششی نمونه‌ی الیافی دارای آرماتور و آرماتور تنها را مدل‌سازی نمایند. در این مدل‌ها با کسر ظرفیت کل نمونه از ظرفیت آرماتور منفرد، رفتار بتن و الیاف به صورت توأم به دست می‌آید. به عبارت دیگر نمی‌توان با استفاده از این مدل‌ها، ظرفیت الیاف و بتن به تنهایی و همچنین نقش پیوند بتن و آرماتور را تعیین نمود. برای برطرف نمودن این ضعف، لازم است تنش‌های ایجاد شده در آرماتور و بتن بین دو سطح ترک به صورت موضعی بررسی شده و نقش الیاف نیز به صورت مجزا در نظر گرفته شود.

به منظور در نظر گرفتن نقش الیاف در مدل‌های تحلیلی، لازم است علاوه بر تعیین مدل رفتاری الیاف تحت کشش، توزیع الیاف در نمونه نیز مشخص شود. در سال‌های اخیر مطالعات گسترده‌ای روی توسعه‌ی مدل‌های رفتاری الیاف با استفاده از نتایج آزمایش و همچنین مدل‌های تحلیلی [9-14] صورت گرفته است. از مهمترین مدل‌های تحلیلی ارائه شده

می‌توان به مدل طول درگیر متغیر<sup>1</sup> VEM [14] و مدل طول موثر<sup>2</sup> DEM [10, 11] اشاره نمود. در هر دو این مدل‌ها، توزیع موقعیت و زاویه‌ی الیاف در نمونه‌ی سه بعدی به صورت کاملاً یکنواخت در نظر گرفته شده است. در مدل VEM فرض شده است که برای درگیر شدن انتهای قلابدار الیاف، مقدار مشخصی لغزش باید در فیبر ایجاد شود و پس از این لغزش، توزیع تنش بین فیبر و بتن یکنواخت در نظر گرفته شده است که این موضوع از نقاط ضعف آن است. همچنین در این مدل کل لغزش فیبر در طول کوچکتر فیبر اعمال شده و از بیرون کشیدگی طول بلندتر چشم‌پوشی می‌شود. در مدل DEM لغزش ایجاد شده در الیاف در هر دو طرف فیبر توزیع می‌شود. همچنین برای الیاف قلابدار، از مدل پیوند بتن و فیبر غیریکنواخت استفاده شده است که این مساله از نقاط قوت این مدل است.

با توجه به توضیحات فوق، در این مطالعه سعی شده است رفتار کششی نمونه‌ی بتن الیافی دارای آرماتور در قالب یک مدل رفتاری متوسط بررسی شود. به همین منظور از مدل‌های رفتاری محلی سازوکارهای موثر بر رفتار کششی نمونه استفاده شده است. همچنین برای توصیف رفتار کششی الیاف در مدل متوسط نمونه، مدل DEM به کار رفته است.

## ۲- تعیین معادلات تعادل و سازگاری حاکم بر مساله

پس از ترک خوردن بتن، چهار سازوکار اصلی در باربری کششی نمونه تاثیر گذار هستند: سازوکار انتقال تنش به وسیله‌ی الیاف، به وسیله‌ی پیوند بتن و آرماتور، قفل و بست سنگدانه‌ای و به وسیله‌ی آرماتور. در ناحیه‌ی بین دو ترک، سهم هر یک از این سازوکارها در انتقال تنش متغیر خواهد بود. به عبارت دیگر، الیاف فقط در محل نزدیک سطح ترک تاثیرگذار هستند و در ناحیه‌ی میانی تاثیری در باربری ندارند. در مقابل، کشش تحمل شده به وسیله‌ی بتن در سطح ترک ناچیز بوده و با دور شدن از محل ترک این مقدار افزایش

1 Variable Engagement Model

2 Diverse Embedment Model

صورتی که مقدار محاسبه شده برای پارامتر تنش بتن از مقاومت کششی بتن بیشتر باشد، نمونه ترک خورده و فاصله‌ی بین دو ترک دوباره محاسبه می‌شود. تحلیل این مساله از المانی به طول  $dx$  از محور وسط ناحیه بین دو ترک آغاز می‌شود. در این حالت، در محل  $x = 0$  (وسط نمونه) مقدار لغزش آرماتور نسبت به بتن و تنش پیوند بتن و آرماتور به عنوان شرایط مرزی اولیه صفر در نظر گرفته شده و کرنش آرماتور در این محل یک مقدار اختیاری متناسب با بارگذاری فرض می‌شود. در ادامه با استفاده از مدل رفتاری سازوکارهای موثر و یک روند حل تکراری، معادلات تعادل و سازگاری فوق حل شده و مقدار لغزش و تنش در انتهای طول مورد نظر  $x = dx$  محاسبه می‌شود. مقادیر محاسبه شده در انتهای این المان، به عنوان شرایط مرزی اولیه برای المان بعدی فرض شده و این تحلیل روی کل نمونه ادامه می‌یابد. با استفاده از این روند پروفیل تنش، کرنش و لغزش آرماتور محاسبه خواهد شد. در انتهای تحلیل در صورتی که رابطه (۳) برقرار باشد، مقدار کرنش در نظر گرفته شده روی محور وسط به عنوان شرایط مرزی اولیه صحیح است، در غیر این صورت این مقدار اصلاح شده و تحلیل دوباره تکرار خواهد شد.

### ۳- توصیف مدل‌های رفتاری

به منظور حل الگوریتم توضیح داده شده در قسمت فوق، از مدل‌های رفتاری زیر استفاده شده است.

#### ۳-۱- مدل رفتاری الیاف

برای پیش‌بینی رفتار کششی نمونه‌ی بتن مسلح الیافی، لازم است سازوکار انتقال تنش به وسیله‌ی الیاف روی سطح ترک تعریف شود. از مهمترین پارامترهایی که روی باربری الیاف تاثیرگذار است می‌توان به جنس، ابعاد و شکل هندسی فیبر، توزیع الیاف در نمونه و زاویه‌ی الیاف با راستای ترک اشاره نمود. در مدل DEM [10, 11] با فرض توزیع احتمالاتی یکنواخت برای موقعیت و زاویه‌ی الیاف، تنش انتقال یافته به وسیله‌ی الیاف براساس مقدار بازشدگی ترک محاسبه می‌شود.

می‌یابد. بنابراین می‌توان سخت شدگی کششی ناشی از بتن بین دو سطح ترک را به صورت مجزا محاسبه کرده و با ظرفیت الیاف روی سطح ترک جمع نمود. با توجه به این فرضیه، به منظور برقراری تعادل روی آرماتور قرار گرفته در ناحیه‌ی بین دو سطح ترک، مقدار تنش ایجاد شده در آرماتور باید با تنش انتقال یافته از پیوند بتن و آرماتور برابر باشد.

$$\frac{d\sigma_s}{dx} = \frac{\pi d}{A_s} \tau \quad (1)$$

در این رابطه،  $\tau$  تنش انتقال یافته از پیوند بتن و آرماتور،  $\sigma_s$  تنش ایجاد شده در آرماتور و  $d$  قطر آرماتور است.

از سوی دیگر، نیروهای وارد بر بتن قرار گرفته بین دو سطح ترک در تعادل بوده و می‌توان نوشت:

$$\sigma_c A_c = (\sigma_f A_c + \sigma_{br} A_c) - \pi d dx \quad (2)$$

که در این رابطه،  $\sigma_f$  تنش کششی ناشی از الیاف،  $\sigma_c$  تنش ایجاد شده در بتن و  $A_c$  سطح مقطع بتن است. شکل (۱)

شکل ۱- دیاگرام تنش‌های موثر بر روی نمونه.

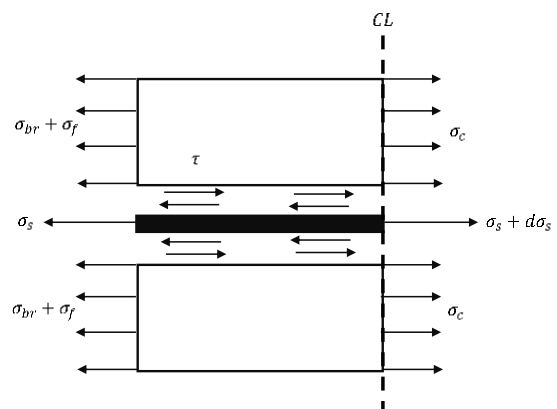


Fig. 1. Effective stresses acting on a segment.

همچنین لغزش ایجاد شده در آرماتور را می‌توان به صورت تفاضل تغییر شکل ایجاد شده در آرماتور و بتن مجاور آن تعریف نمود.

$$S = u_s - u_c \quad (3)$$

به منظور حل مساله با استفاده معادلات (۱ تا ۳)، ابتدا طول کل نمونه به عنوان فاصله‌ی بین دو ترک در نظر گرفته شده و تنش کششی ایجاد شده در بتن در وسط نمونه محاسبه می‌شود. در

به عبارت دیگر در طول بلندتر فیبر باربرداری صورت می‌گیرد.

$$\begin{aligned} \pi d_f (l_a - s_s) \tau_{f,max} \\ = \pi d_f (l_f - l_a - s_l) K_f s_l \quad s_s > s_f \end{aligned} \quad (7)$$

در این حالت نیز می‌توان رابطه‌ی بالا را به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$s_l = \frac{l_f - l_a \sqrt{(l_f - l_a)^2 - 4(l_a - s_s) s_f}}{2} \quad s_s > s_f \quad (8)$$

با توجه به توضیحات فوق، مقدار تنش ایجاد شده در الیاف به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \sigma_f &= \frac{4\tau_{short}(l_a - s_s)}{d_f} \\ &= \frac{4K_f s_l (l_f - l_a - s_l)}{d_f} \end{aligned} \quad (9)$$

در روابط فوق برای محاسبه‌ی تنش ایجاد شده در الیاف، از مقدار لغزش ایجاد شده در آن استفاده می‌شود. با توجه به این که محاسبه‌ی لغزش هر سمت فیبر مشکل و زمانبر خواهد بود، بهتر است رابطه‌ی محاسبه‌ی تنش مستقیماً به مقدار بازشدگی ترک وابسته شود. به همین دلیل لی و همکاران در مدل DEM رابطه‌ی زیر را برای محاسبه‌ی عرض ترک متناظر با تنش پیوند بیشینه پیشنهاد کرده‌اند.

$$w_{p0} = s_f \left[ 1 + 4 \left( \frac{l_a}{l_f} \right)^2 \right] \quad (10)$$

با توجه به این که رابطه‌ی تنش پیوند با عرض ترک نیز دوخطی است، تنش انتقال یافته به وسیله‌ی طول کوتاهتر با استفاده از روابط زیر به دست می‌آید.

$$\tau_s = \frac{w_{cr}}{w_{p0}} \tau_{f,max} \quad w_{cr} \leq w_{p0} \quad (11)$$

$$\tau_s = \tau_{f,max} \quad w_{cr} > w_{p0} \quad (12)$$

### ۳-۱-۲- تاثیر زاویه‌ی الیاف با راستای ترک

یکی از موضوعات مهمی که در تعیین مدل رفتاری الیاف در بتن باید در نظر گرفته شود، تاثیر زاویه‌ی الیاف با راستای ترک در ظرفیت باربری آن است. به عبارت دیگر مدل‌های

در ادامه فرضیات و روابط استفاده شده برای تعیین مدل رفتاری الیاف مستقیم و قلابدار بررسی می‌شود.

### ۳-۱-۱- الیاف مستقیم

در مدل DEM رابطه‌ی تنش-لغزش پیوند فیبر و بتن براساس مطالعات نامور و نعمان [15] به صورت یک نمودار دو خطی است. در این نمودار، تنش پیوند تا یک مقدار بیشینه متناظر با مقاومت پیوند بتن و فیبر به صورت خطی افزایش یافته و پس از آن ثابت می‌ماند (شکل ۲).

شکل ۲- رابطه تنش-لغزش پیوند بتن و الیاف مستقیم [۱۵].

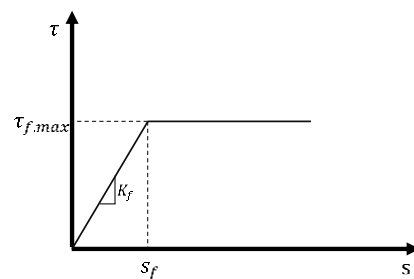


Fig. 2. Bond stress-slip relation for straight fiber [15].

حال با فرض رفتار صلب برای الیاف، در مرحله‌ای که هنوز لغزش در طول کوچکتر فیبر به مقدار بحرانی  $s_f$  نرسیده است، رابطه‌ی تعادل برای دو قسمت فیبر به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} \pi d_f (l_a - s_s) K_f s_s \\ = \pi d_f (l_f - l_a - s_l) K_f s_l \quad s_s \leq s_f \end{aligned} \quad (4)$$

باید به این نکته توجه نمود که مجموع مقادیر لغزش ایجاد شده در دو سوی فیبر با عرض ترک برابر است.

$$s_s + s_l = w \quad (5)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۴) مقدار لغزش در طول بلندتر را می‌توان براساس مقدار لغزش در طول کوتاهتر بازنویسی نمود.

$$s_l = \frac{l_f - l_a \sqrt{(l_f - l_a)^2 - 4(l_a - s_s) s_s}}{2} \quad (6)$$

$$s_s \leq s_f$$

در مرحله‌ای که لغزش در طول کوتاهتر فیبر به مقدار  $s_f$  برسد، با توجه به ثابت ماندن مقدار تنش برشی پیوند و کاهش طول فیبر محصور در بتن، ظرفیت باربری فیبر کاهش یافته و

$$C = l_a S_{f\theta} - (l_f - l_a - w_{cr}) w_{cr} \quad (20)$$

در مدل‌های متوسط، با توجه به این که ظرفیت باربری متوسط الیاف مورد نظر است، موقعیت دقیق الیاف روی سطح ترک مهم نبوده و با در نظر گرفتن یک توزیع احتمالاتی مناسب برای جانمایی الیاف، می‌توان ظرفیت متوسط آن را محاسبه نمود. از سوی دیگر، الیاف در یک محیط ۳ بعدی در هر راستایی می‌توانند قرار گیرند. به عبارت دیگر، با چرخش یک فیبر در محیط سه بعدی یک کره تشکیل شده که احتمال قرار گرفتن فیبر در هر زاویه‌ای کاملاً یکسان است (شکل ۳).

شکل ۳- احتمال راستای الیاف نسبت به راستای ترک.

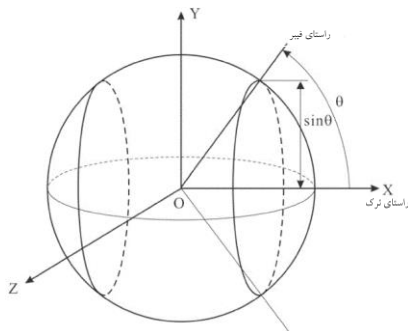


Fig 3. Probability function for fiber direction.

با توجه به این موضوع، تابع احتمالاتی زاویه‌ی الیاف را می‌توان با استفاده از یک تابع سینوسی تعریف کرد. در ادامه با انتگرال‌گیری تابع تنش الیاف، تنش متوسط ناشی از الیاف روی سطح ترک برای الیاف با زوایای مختلف با استفاده از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\sigma_{f,\theta} = \int_0^{\pi/2} \sigma_f(\theta) \sin \theta d\theta \quad (21)$$

با توجه به این که طولی از فیبر که در دو طرف ترک قرار می‌گیرد نیز کاملاً تصادفی است، می‌توان با فرض یک توزیع یکنواخت روی طول برای موقعیت وسط فیبر، تنش متوسط الیاف را با استفاده از رابطه‌ی زیر تعیین نمود.

$$\sigma_{f,avg} = \frac{1}{l_f/2} \int_0^{l_f/2} \sigma_f(l_a) dl_a \quad (22)$$

بنابراین با توجه به دو رابطه‌ی فوق، مقدار تنش متوسط ناشی از الیاف با استفاده از رابطه‌ی انتگرالی زیر به دست می‌آید.

رفتاری که برای الیاف ارائه می‌شوند عموماً با فرض عمود بودن فیبر بر راستای ترک توسعه یافته‌اند در حالی که در واقعیت این حالت بسیار نادر است. تاکنون آزمایش‌های متنوعی برای بررسی تاثیر الیاف بر راستای ترک صورت گرفته است که از مهمترین آنها می‌توان به آزمایش‌های بارتوس و همکاران [16]، فوستر و همکاران [17] و لارانجرا و همکاران [18] اشاره نمود. با توجه به متفاوت بودن شیوه‌ی آزمایش‌های صورت گرفته به وسیله‌ی این پژوهشگران، نتایج آزمایش‌ها یکسان نبوده و حتی در بعضی از موارد متناقض است. در مدل DEM به منظور در نظر گرفتن اثر زاویه‌ی الیاف بر ظرفیت باربری آن، لغزش متناظر با تنش برشی بیشینه‌ی پیوند به صورت زیر اصلاح شده است.

$$S_{f\theta} = \frac{S_f}{\cos^2 \theta} \quad (13)$$

به عبارت دیگر، با افزایش زاویه، تنش برشی ناشی از پیوند بتن و فیبر به ازای لغزش کمتری به مقدار بیشینه خود می‌رسد. با توجه به این رابطه، عرض ترک متناظر با این مقدار برابر است با

$$w_{p\theta} = S_f \left[ 1 + 4 \left( \frac{l_a}{l_f} \right)^2 \right] / \cos^2 \theta \quad (14)$$

با توجه به تغییرات فوق، روابط (۱۱) و (۱۲) به صورت زیر اصلاح می‌شوند.

$$\tau_s = \frac{w_{cr}}{w_{p\theta}} \tau_{f,max} \quad w_{cr} \leq w_{p\theta} \quad (15)$$

$$\tau_s = \tau_{f,max} \quad w_{cr} > w_{p\theta} \quad (16)$$

حال با در نظر گرفتن رابطه‌ی سازگاری (۵) و روابط (۶) و (۸)، مقدار لغزش در طول کوتاهتر فیبر براساس مقدار عرض ترک به صورت زیر به دست می‌آید.

$$S_s = \frac{(l_f - l_a) w_{cr} - w_{cr}^2}{l_f - 2w_{cr}} \quad w_{cr} \leq w_{p\theta} \quad (17)$$

$$S_s = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4C}}{2} \quad w_{cr} > w_{p\theta} \quad (18)$$

$$B = l_f - l_a - 2w_{cr} - S_{f\theta} \quad (19)$$

همکاران [20] برای قسمت مستقیم و انتهای قلابدار الیاف دو المان فرنی به صورت سری در نظر گرفته و برای هر یک از این فنرها مدل رفتار غیرخطی ارائه داده‌اند. در مدل DEM نیز از رویکردی مشابه مدل نعمان و همکاران استفاده شده است. در این مدل، رفتار قسمت مستقیم فیبر با استفاده از روابط ارائه شده در قسمت قبل توصیف شده و برای مدل سازی رفتار قسمت انتهایی، روابط جدیدی مورد استفاده قرار گرفته است. به منظور استخراج روابط حاکم بر رفتار این نوع فیبر، در این مدل رفتار انتهای قلابدار فیبر با استفاده از یک منحنی سهمی برای قسمت قبل از مقدار بیشینه و یک رابطه‌ی خطی برای قسمت بعد از مقدار بیشینه تعریف شده است. شکل (۴)

$$P_{eh} = P_{eh.max} \left[ 2 \left( \frac{s \cos^2 \theta}{s_{eh}} \right) - \left( \frac{s \cos^2 \theta}{s_{eh}} \right)^2 \right] \quad s \leq s_{eh}/\cos^2 \theta \quad (26)$$

$$P_{eh} = P_{eh.max} \left[ 1 - \frac{2(s - s_{eh}/\cos^2 \theta)}{l_f - l_i} \right] \quad s > s_{eh}/\cos^2 \theta \quad (27)$$

شکل ۴- منحنی نیرو لغزش انتهای قلابدار فیبر [۱۲].

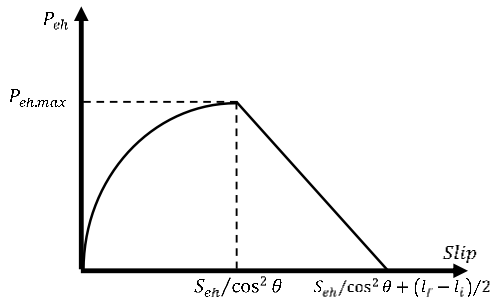


Fig. 4. Bond stress-slip relation for hooked fiber [12].

حال با توجه به روابط فوق، الیاف قلابدار بسته به طول کوتاهتر و بلندتر فیبر می‌توانند در سه وضعیت قرار گیرند. در وضعیت اول قلاب در سمت کوتاهتر فیبر بیرون کشیده نشده است. در این حالت رابطه‌ی تعادل بین نیروی ایجاد شده در دو سمت فیبر به صورت زیر است.

$$\pi d_f (l_a - s_s) \tau_s + P_{eh.short} = \pi d_f (l_a - s_l) \tau_l + P_{eh.long} \quad (28)$$

$$l_a - s_s > (l_f - l_i)/2$$

$$\sigma_{f.avg} = \frac{1}{l_f/2} \int_0^{l_f/2} \int_0^{\pi/2} \sigma_f(l_a, \theta) \sin \theta \, d\theta \, dl_a \quad (23)$$

در نهایت رابطه‌ی تنش ناشی از الیاف روی سطح ترک با در نظر گرفتن درصد حجمی الیاف موجود در نمونه به صورت زیر است.

$$\sigma_f = \alpha_f V_f \sigma_{f.avg} \quad (24)$$

که در این رابطه،  $V_f$  درصد حجمی الیاف موجود در نمونه بوده و  $\alpha_f$  ضریبی است که براساس آن می‌توان تعداد الیافی که با زاویه‌ی مشخص سطح ترک را قطع می‌کنند را محاسبه نمود. با فرض توزیع احتمالاتی سینوسی برای الیاف، این ضریب با استفاده از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\alpha_f = \int_0^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta \, d\theta = 0.5 \quad (25)$$

۳-۱-۳- الیاف قلابدار

الیاف قلابدار فولادی به دلیل عملکرد بهتری که نسبت به الیاف مستقیم دارند از پرکاربردترین الیاف فولادی است. در این نوع الیاف، علاوه بر سازوکار انتقال تنش به وسیله‌ی پیوند بتن و الیاف و همچنین رفتار اصطکاکی آن در مرحله‌ی لغزش درون بتن، درگیری مکانیکی انتهای الیاف با بتن نیز تاثیر به‌سزایی در ظرفیت باربری خواهد داشت. در حقیقت، در روند بیرون کشیده شدن این نوع الیاف از بتن، در انتهای قلابدار آن باید تغییر شکل‌های پلاستیک ایجاد شود. به منظور مدل سازی این سازوکار، تاکنون روش‌های مختلفی ارائه شده است. الوان و همکاران [19] فرض کردند که همه‌ی تغییرشکل‌های پلاستیک در محل تغییرشکل هندسی فیبر متمرکز شده و سایر قسمت‌های آن دارای رفتاری اصطکاکی است. لارانبجرا و همکاران [18] با استفاده از نتایج آزمایش بیرون کشیدگی الیاف قلابدار، مدلی تحلیلی تجربی ارائه دادند. در این مدل، نقاط مشخصی از نمودار بار لغزش فیبر متناظر با یک پدیده‌ی فیزیکی در روند بیرون کشیدگی فیبر در نظر گرفته شده و هر یک از این نقاط با استفاده از روابطی تعریف شده‌اند. نعمان و

وسيله‌ی بتن به طور ناگهانی صفر نخواهد شد. در این حالت، درگیری سنگدانه‌ها بین دو سطح ترک باعث انتقال تنش کششی می‌شود که برای توصیف آن می‌توان از رابطه‌ی زیر استفاده نمود [1]:

$$\sigma_{br} = f_{cr} \left( 1 + 0.5w \left( \frac{f_{cr}}{G_f} \right) \right)^{-3} \quad (30)$$

در این رابطه،  $f_{cr}$  مقاومت کششی و  $G_f$  انرژی شکست بتن است که مقدار آن بین ۰/۱ N.mm تا ۰/۱۵ در نظر گرفته می‌شود. مقدار عرض ترک برابر لغزش ایجاد شده در آرماتور در دو طرف سطح ترک است.

### ۳-۳- مدل رفتاری آرماتور

به منظور توسعه مدل رفتاری متوسط برای نمونه مورد نظر، لازم است مدلی محلی برای توصیف رفتار آرماتور تحت کشش استفاده شود. کاتو و همکاران [21] مدل سه قسمتی برای رفتار آرماتور ارائه کردند که در این مطالعه از آن استفاده شده است.

$$\begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon & \varepsilon < \varepsilon_y \\ \sigma &= f_y & \varepsilon_y < \varepsilon < \varepsilon_{sh} \\ \sigma &= f_y + \left( 1 - \exp\left(\frac{\varepsilon_{sh} - \varepsilon}{k}\right) \right) (1.01f_u - f_y) & \varepsilon > \varepsilon_{sh} \end{aligned} \quad (31)$$

$$k = 0.032 \left( \frac{400}{f_y} \right)^{1/3}$$

در این روابط،  $f_y$  و  $\varepsilon_y$  تنش و کرنش متناظر با نقطه‌ی تسلیم و  $\varepsilon_{sh}$  کرنش متناظر با نقطه‌ی آغاز سخت‌شدگی آرماتور است.

### ۳-۴- مدل پیوند بتن و آرماتور

یکی از مهمترین سازوکارهای فعال در باربری بتن مسلح تحت کشش، انتقال تنش به وسیله‌ی پیوند بتن و آرماتور است. به منظور محاسبه‌ی تنش انتقال یافته به وسیله‌ی پیوند بتن و آرماتور، لازم است رابطه‌ای بین مقدار این تنش و کرنش و لغزش ایجاد شده در آرماتور تعریف شود. شیما و همکاران [21] رابطه‌ی بین تنش انتقال یافته، کرنش و لغزش آرماتور را

در رابطه‌ی فوق مقدار لغزش در طول کوتاهتر با استفاده از یک روند سعی و خطا به دست می‌آید. مقدار تنش ایجاد شده در فیبر در این وضعیت برابر است با:

$$\sigma_f = \frac{4\tau_s(l_a - s_s)}{d_f} + \frac{4P_{eh.short}}{\pi d_f^2} \quad (29)$$

در وضعیت دوم قسمت قلابدار طول کوتاهتر فیبر به‌طور کامل بیرون کشیده شده است. در این حالت بتن اطراف این ناحیه تخریب شده و می‌توان از ظرفیت باربری قسمت قلابدار صرف نظر نمود. در نتیجه ظرفیت فیبر صرفاً ناشی از عملکرد اصطکاکی قسمت مستقیم الیاف می‌باشد. در وضعیت سوم حالتی در نظر گرفته می‌شود که قسمت قلابدار فیبر از همان ابتدا به طور کامل در بتن قرار نگرفته است. در این حالت ظرفیت قابل تحمل توسط قسمت بلندتر نسبت به قسمت کوتاهتر بسیار زیاد است، در نتیجه می‌توان فرض کرد که کل لغزش ناشی از بازشدگی ترک در قسمت کوتاهتر فیبر اتفاق افتاده و عملکرد آن را به صورت اصطکاکی در نظر گرفت. در این نوع از الیاف فولادی نیز تاثیر زاویه دقیقاً مشابه الیاف مستقیم در نظر گرفته می‌شود. بنابراین با انتگرال‌گیری از رابطه‌ی تنش، مقدار تنش متوسط به ازای زوایای مختلف به دست می‌آید.

در الیاف قلابدار با توجه به پیچیده بودن روابط حاکم بر رفتار فیبر، محاسبه لغزش در دو سمت آن مشکل و زمان‌بر است. به همین دلیل لی و همکاران [12] نیز از ایده‌ای مشابه فوستر و همکاران [17] استفاده کرده و فرض کردند که کل لغزش در طول کوتاهتر فیبر متمرکز می‌شود. با این فرض مقدار تنش ایجاد شده در فیبر بیش از مقدار واقعی آن محاسبه خواهد شد. به منظور اصلاح این مساله با برابر قرار دادن روابط تنش در هر دو حالت، ضربی برای کاهش تنش قابل تحمل به وسیله‌ی الیاف محاسبه شده است.

### ۳-۲- مدل تنش کششی ناشی از قفل و بست سنگدانه‌ها روی سطح ترک

پس از ترک خوردن نمونه، تنش کششی قابل تحمل به



به صورت زیر تعریف کردند:

$$\tau(\varepsilon, s) = \tau_0(s)g(\varepsilon) \quad (32)$$

$$\tau_0(s) = f'_c k [\ln(1 + 5s)]^c \quad (33)$$

$$g(\varepsilon) = \frac{1}{1 + 10^5 \varepsilon} \quad (34)$$

$$s = \frac{1000S}{D} \quad (35)$$

در این روابط،  $f'_c$  مقاومت فشاری بتن،  $k$  مقدار ثابت و برابر  $0.73$ ،  $c$  مقدار ثابت و برابر  $3$ ،  $\varepsilon$  کرنش ایجاد شده در آرماتور و  $S$  لغزش آرماتور است.

در این مدل، تاثیر تخریب پیوند بتن و آرماتور در محل سطح ترک در نظر گرفته نمی‌شود. به عبارت دیگر، در نزدیکی سطح ترک به دلیل ایجاد کرنش زیاد در آرماتور، پیوند آن با بتن تخریب شده و تنش انتقال نمی‌یابد. برای در نظر گرفتن این موضوع، قریشی و مایکاو [22] مدلی برای انتقال تنش در این ناحیه براساس نتایج آزمایش ارائه دادند. براساس این مدل، تنش پیوند در فاصله  $5d$  از سطح ترک تا فاصله  $2.5d$  بطور خطی کاهش یافته و در فاصله  $2.5d$  صفر خواهد شد.

$$\tau(x) = \tau_{max} - \frac{\tau_{max}}{L_b} \left[ x - \left( \frac{L_c}{2} - L_b \right) \right] \quad (36)$$

$$\frac{L_c}{2} - L_b \leq x < \frac{L_c}{2} - \frac{L_b}{2}$$

$$\tau(x) = 0 \quad \frac{L_c}{2} - \frac{L_b}{2} \leq x \leq \frac{L_c}{2} \quad (37)$$

انجام داده است. در ادامه نتایج تحلیل با نتایج آزمایشگاهی این دو پژوهشگر درستی آزمایشی می‌شود.

در آزمایش‌های نقابی نمونه دارای طول  $96 \text{ cm}$  و ابعاد مقطع  $8$  سانتی‌متر بوده و قطر میلگرد استفاده شده  $16$  میلی‌متر است. در این برنامه‌ی آزمایشگاهی، یک سوی نمونه در دستگاه بارگذاری ثابت و به سمت دیگر جابه‌جایی اعمال شده است به گونه‌ای که نمونه‌ها تحت بارگذاری کششی یکنواخت قرار گیرند. در این آزمایش‌ها نمونه‌هایی حاوی الیاف فولادی مستقیم و قلابدار و همچنین الیاف پلی پروپیلن استفاده شده است که در این مطالعه فقط از نتایج نمونه‌های دارای الیاف فولادی استفاده می‌شود. سایر مشخصات مکانیکی نمونه‌ها در مرجع مرتبط به طور کامل گزارش شده است. در شکل (۵) می‌توان نتایج تحلیل به همراه نتایج آزمایش نمونه‌ی بتن بدون الیاف را مشاهده نمود.

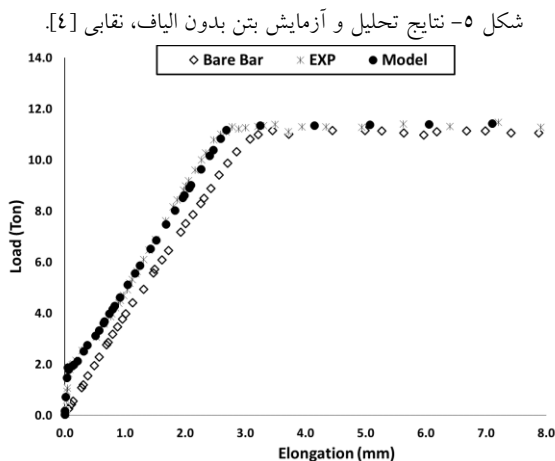


Fig. 5. Comparison of Noghbi's test [4] and analysis result for plain concrete.

در شکل (۶) نتایج تحلیل و آزمایش روی نمونه بتن الیافی دارای یک درصد الیاف مستقیم به طول  $6$  میلی‌متر و قطر  $0.15$  میلی‌متر نشان داده شده است. به منظور تعیین پارامتر  $\tau_{f,max}$  از مقادیر ارائه شده به وسیله‌ی لیم و همکاران [23] استفاده شده است. براساس نتایج آزمایش‌های صورت گرفته به وسیله‌ی این گروه، مقدار بیشینه تنش برشی برای الیاف مستقیم  $3/05$  و برای الیاف قلابدار  $6/7$  مگاپاسکال است. همچنین با توجه به مطالعات لی و همکاران [11] در همه‌ی تحلیل‌ها مقدار پارامتر

## ۴- راستی آزمایشی نتایج مدل تحلیلی

در این بخش نمونه‌هایی از پژوهش‌های مختلف انتخاب شده و پس از مدل‌سازی و تحلیل، نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی مقایسه می‌شود. نقابی [4] از معدود پژوهشگرانی است که در برنامه‌ی آزمایشگاهی خود از هر دو نوع فیبر مستقیم و قلابدار استفاده کرده است. همچنین دولس [2] نیز با آزمایش تعداد زیادی نمونه، مطالعه‌ی گسترده‌ای بر روی پارامترهای موثر بر رفتار بتن الیافی با الیاف فولادی قلابدار



شکل ۹- مقایسه نتایج تحلیل و آزمایش بتن دارای ۱ درصد الیاف، نمونه H-150/30-FRC2 آزمایش دلوس [۲].

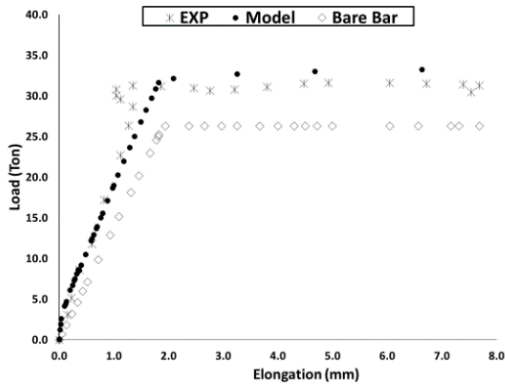


Fig. 9. Comparison of Deluce's test [2] and analysis result for H-150/30-FRC2.

شکل ۱۰- نتایج تحلیل و آزمایش بتن دارای ۱ درصد الیاف، نمونه H-

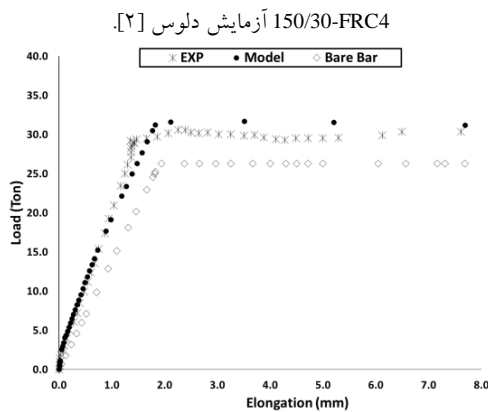


Fig. 10. Comparison of Deluce's test [2] and analysis result for H-150/30-FRC4.

## ۵- مطالعه پارامتریک مدل

به منظور بررسی میزان دقت و کارایی مدل، در ادامه تاثیر افزودن الیاف بر پاسخ نمونه بررسی می‌شود. در این تحلیل‌ها از مشخصات نمونه معرفی شده در آزمایش کیوان نقابی برای الیاف قلابدار استفاده شده است. در شکل (۱۱) به منظور بررسی اثر الیاف بر سختی و ظرفیت نهایی نمونه، نتایج تحلیل برای چهار نمونه بتن معمولی، بتن دارای نیم درصد الیاف قلابدار، بتن دارای یک درصد الیاف و بتن دارای ۲ درصد الیاف مقایسه شده است. سایر ویژگی‌های این سه نمونه یکسان و برابر مقادیر تعریف شده نمونه دارای الیاف قلابدار آزمایش نقابی است. براساس نتایج ارائه شده در این نمودار می‌توان گفت که در مراحل قبل از جاری شدن آرماتور به دلیل کم بودن عرض ترک‌ها، نیروی چندانی در الیاف ایجاد نشده و

sf ثابت و برابر ۰/۱ میلی‌متر در نظر گرفته شده است.

شکل ۶- نتایج تحلیل و آزمایش بتن با الیاف مستقیم، نقابی [۴].

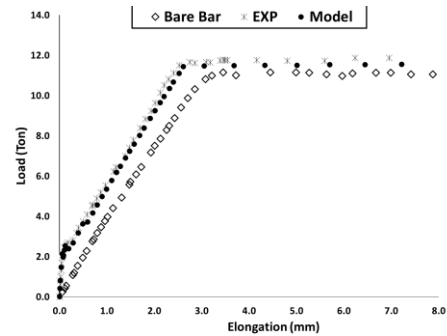


Fig. 6. Comparison of Noghabi's test [4] and analysis result for SFRC with straight fibers.

شکل (۷) نتایج تحلیل و آزمایش مربوط به نمونه‌ی دارای یک درصد الیاف قلابدار مقایسه شده است.

شکل ۷- نتایج تحلیل و آزمایش بتن با الیاف قلابدار، نقابی [۴].

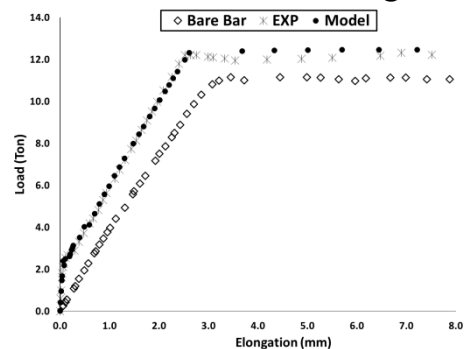


Fig. 7. Comparison of Noghabi's test [4] and analysis result for SFRC with hooked fibers.

در شکل‌های (۸ تا ۱۰) نیز مقایسه نتایج تحلیل و آزمایش مربوط به مطالعات دلوس [۲] برای بتن بدون الیاف، بتن دارای یک درصد الیاف قلابدار و بتن الیافی دارای ۱/۵ درصد الیاف قلابدار ارائه شده است.

شکل ۸- مقایسه نتایج تحلیل و آزمایش بتن بدون الیاف، نمونه

H-150/30-PC آزمایش دلوس [۲].

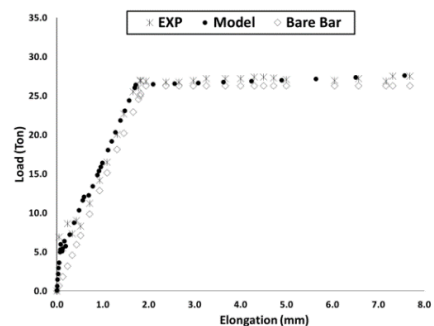


Fig. 8. Comparison of Deluce's test [2] and analysis result for H-150/30-PC.

سخت‌شدگی کششی نمونه نشان داده شده است. در نمونه بدون الیاف، سخت‌شدگی کششی فقط ناشی از بتن بوده و در سایر نمونه‌ها با افزایش درصد الیاف، تاثیر باربری الیاف افزایش می‌یابد، به گونه‌ای که در نمونه با ۲ درصد الیاف، رفتار الیاف بر رفتار کلی سخت‌شدگی کششی حاکم خواهد شد. همان‌گونه که پیشتر نیز بیان شد، یکی از مهم‌ترین آثار افزودن الیاف به بتن، کاهش فاصله ترک‌ها و توزیع یکنواخت‌تر آنها در نمونه است. در شکل (۱۴) فاصله ترک‌های ایجاد شده در ۴ نمونه مورد نظر ارائه شده که تایید کننده‌ی مطلب بالا است.

شکل ۱۳- منحنی تنش کرنش متوسط بتن برای چهار نمونه بدون الیاف، با ۰/۵ درصد، با ۱ درصد و با ۲ درصد الیاف.

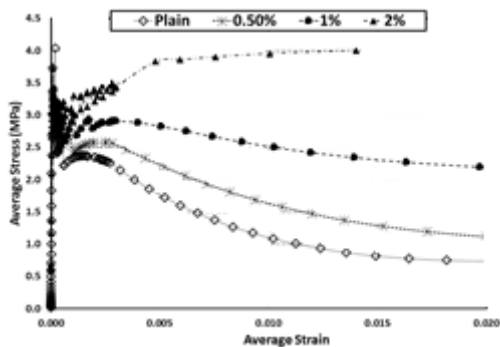


Fig. 13. Concrete average Stress-Strain curves for plain concrete and SFRC with 0.5, 1 and 2 percent fiber.

شکل ۱۴- فاصله ترک‌های ایجاد شده در چهار نمونه بدون الیاف، با ۰/۵ درصد، با ۱ درصد و با ۲ درصد الیاف.

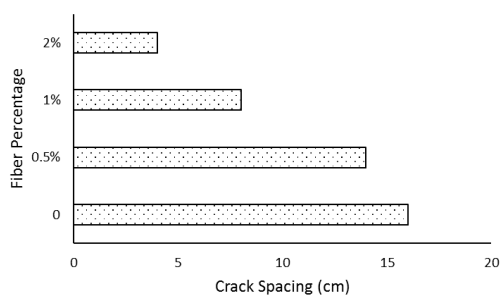


Fig. 14. Crack spacing for plain concrete and SFRC with 0.5, 1 and 2 percent fiber.

## ۶- نتیجه گیری

همان‌گونه که توضیح داده شد، مدل‌سازی در مقیاس متوسط رفتار کششی المان دارای دقت قابل قبولی در شبیه‌سازی رفتار اعضای بتن مسلح الیافی هستند. با این حال باید توجه داشت که دقت این مدل‌ها کاملاً وابسته به مدل‌های

در این ناحیه تاثیر الیاف بر رفتار کلی نمونه کمتر است که با افزایش عرض ترک‌ها در نمونه، این تاثیر نیز افزایش می‌یابد. در شکل (۱۲) رفتار متوسط آرماتور قرار گرفته در نمونه نشان داده شده است. در این نمودار با افزایش درصد الیاف، رفتار آرماتور داخل نمونه به رفتار آرماتور منفرد نزدیکتر شده است، که این موضوع ناشی از افزایش تعداد ترک‌ها در نمونه‌های با درصد الیاف بیشتر است. به عبارت دیگر، با افزایش مقدار الیاف، ترک‌های بیشتری در نمونه ایجاد شده که باعث توزیع یکنواخت تر کرنش در نمونه شده و رفتار متوسط آرماتور به رفتار آرماتور منفرد نزدیکتر می‌شود.

شکل ۱۱- منحنی ظرفیت نهایی برای چهار نمونه بدون الیاف، با ۰/۵ درصد الیاف، با ۱ درصد الیاف و با ۲ درصد الیاف.

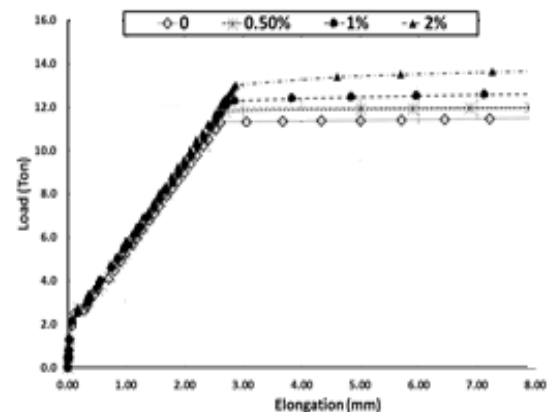


Fig. 11. Load-Elongation curves for plain concrete and SFRC with 0.5, 1 and 2 percent fiber.

شکل ۱۲- منحنی تنش-کرنش متوسط آرماتور برای چهار نمونه بدون الیاف، با ۰/۵ درصد، با ۱ درصد و با ۲ درصد الیاف.

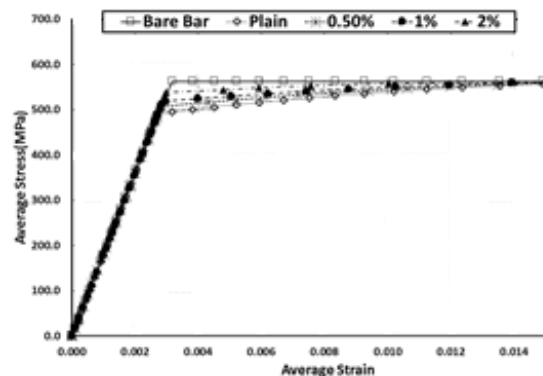


Fig. 12. Bar average Stress-Strain curves for plain concrete and SFRC with 0.5, 1 and 2 percent fiber.

در شکل (۱۳) ظرفیت ناشی از بتن و الیاف و به عبارت دیگر

769-776.

[6] Deluce, J.R. and Vecchio, F.J. Cracking behavior of steel fiber-reinforced concrete members containing conventional reinforcement. *ACI Structural Journal*, 2013. 110(3): p. 481.

[7] Lee, S.-C., Cho, J.-Y. and Vecchio, F.J. Tension-stiffening model for steel fiber-reinforced concrete containing conventional reinforcement. *ACI Structural Journal*, 2013. p. 639-648.

[8] Chiaia, B., Fantilli, A.P. and Vallini, P. Evaluation of crack width in FRC structures and application to tunnel linings. *Materials and Structures*, 2009. 42(3): p. 339-351.

[9] Li, V.C., Wang, Y. and Backer, S. A micromechanical model of tension-softening and bridging toughening of short random fiber reinforced brittle matrix composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1991. 39(5): p. 607-625.

[10] Lee, S.-C., Cho, J.-Y. and Vecchio, F.J. Diverse embedment model for steel fiber-reinforced concrete in tension: Model development. *ACI materials Journal*, 2011. 108(5): p. 516-525.

[11] Lee, S.-C., Cho, J.-Y. and Vecchio, F.J. Diverse embedment model for steel fiber-reinforced concrete in tension: Model verification. *ACI Materials Journal*, 2011. 108(5): p. 526-535.

[12] Lee, S.-C., J.-Y. Cho, and F.J. Vecchio, Simplified diverse embedment model for steel fiber-reinforced concrete elements in tension. *ACI Materials Journal*, 2013. 110(4): p. 403-412.

[13] Naaman, A.E., et al., Fiber pullout and bond slip. I: Analytical study. *Journal of Structural Engineering*, 1991. 117(9): p. 2769-2790.

[14] Voo, J.Y. and Foster, D.S.J. Variable engagement model for fibre reinforced concrete in tension. 2003: University of New South Wales, School of Civil and Environmental Engineering.

[15] Nammur Jr, G. and Naaman, A.E. Bond stress model for fiber reinforced concrete based on bond stress-slip relationship. *Materials Journal*, 1989. 86(1): p. 45-57.

[16] Bartos, P.J.M. and Duris, M. Inclined tensile strength of steel fibres in a cement-based composite. *Composites*, 1994. 25(10): p. 945-952.

[17] Foster, S., Lee, G., and Htut, T. Radiographic imaging for the observation of Modes I and II fracture in fibre reinforced concrete. in *The 6th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*. Catania, Italy, Taylor & Francis. 2007.

[18] Laranjeira, F., Molins, C. and Aguado, A. Predicting the pullout response of inclined hooked steel fibers. *Cement and Concrete Research*, 2010. p. 1471-1487.

[19] Alwan, J.M., Naaman, A.E. and Guerrero, P. Effect of mechanical clamping on the pull-out response of hooked steel fibers embedded in cementitious matrices. *Concrete Science and Engineering*, 1999. 1(1): p. 15-25.

[20] Sujivorakul, C., Waas, A. and Naaman, A. Pullout response of a smooth fiber with an end anchorage. *Journal of Engineering Mechanics*, 2000. 126(9): p. 986-993.

[21] Shima, H., Chou, L.-L. and Okamura, H. Bond characteristics in post-yield range of deformed bars. *Concrete Library of jsce*, 1987. 10: p. 113-124.

[22] Qureshi, J. and Maekawa, K. 2211 Computational Model for Steel Bar Embedded in Concrete under Combined Axial Pullout and Transverse Shear Displacement, 1993. 15(2): p. 1249-1254.

[23] Lim, T., Paramasivam, P. and Lee, S. Analytical model for tensile behavior of steel-fiber concrete. *Materials Journal*, 1987. 84(4): p. 286-298.

رفتاری در نظر گرفته شده است. به عبارت دیگر با افزایش تعداد سازوکارهای موثر بر رفتار نمونه و همچنین افزایش دقت این مدل‌ها، رفتار متوسط المان نیز با دقت بیشتری قابل پیش بینی خواهد بود. نتایج این پژوهش را می‌توان به شرح زیر خلاصه نمود.

۱- با توجه به هماهنگی مناسب نتایج آزمایش و تحلیل، می‌توان نتیجه گرفت که مدل‌های متوسط توانایی خوبی در پیش‌بینی رفتار کششی نمونه دارند. البته باید به این نکته دقت نمود که به منظور مدل‌سازی رفتار الیاف در نمونه با استفاده از مدل‌های متوسط، لازم است تاثیر موقعیت و زاویه‌ی الیاف نیز متوسط گیری شده و در نظر گرفته شود.

۲- افزودن الیاف به بتن تاثیری در رفتار کششی نمونه قبل از ترک‌خوردگی ندارد. به عبارت دیگر در این مرحله الیاف باربری نخواهند داشت و اختلاف رفتار نمونه با آرماتور منفرد بیشتر ناشی از مقاومت کششی بتن است.

۳- در مرحله قبل از جاری شدن آرماتور، به تدریج تعداد ترک‌های بیشتری در نمونه ایجاد شده و الیاف بیشتری فعال خواهند شد. به همین دلیل سختی نمونه افزایش می‌یابد. ولی با توجه به این که احتمالاً درصد زیادی از الیاف هنوز فعال نشده‌اند و عرض ترک‌ها نیز کم است، اختلاف سختی نمونه و آرماتور منفرد بیشتر ناشی از انتقال تنش به وسیله‌ی پیوند بتن و آرماتور است.

۴- پس از جاری شدن آرماتور، رفتار نمونه‌های بتنی بدون الیاف منطبق بر رفتار آرماتور خواهد بود ولی در نمونه‌های الیافی، ظرفیت نمونه نسبت به آرماتور افزایش می‌یابد. این افزایش با ظرفیت تامین شده به وسیله‌ی الیاف برابر است.

## References

## ۷- مراجع

- [1] Maekawa, K., Okamura, H., and Pimanmas, A. Non-linear mechanics of reinforced concrete. 2003: CRC Press.
- [1] Deluce, J.R., Cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete containing conventional steel reinforcement. 2011.
- [3] Bischoff, P.H., Tension stiffening and cracking of steel fiber-reinforced concrete. *Journal of materials in civil engineering*, 2003. p. 174-182.
- [4] Noghabai, K., Behavior of tie elements of plain and fibrous concrete and varying cross sections. *ACI Structural journal*, 20: p. 277-284.
- [5] Abrishami, H.H. and Mitchell, D. Influence of steel fibers on tension stiffening. *ACI structural journal*, 1997. 94(6): p.

# Tension Stiffening Modeling of Steel Fiber Reinforced Concrete

R. Kamranirad<sup>1</sup>, M. Soltani M<sup>2\*</sup>

1. Ph.D. Candidate of Structural Eng., Faculty of Civil and Environmental Eng., Tarbiat Modares University
2. Associate Prof, Faculty of Civil and Environmental Eng., Tarbiat Modares University

msoltani@modares.ac.ir

## Abstract:

Adding steel fibers to reinforced concrete improves the active mechanisms on crack surface including tension and shear transfer mechanisms. In Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC), tensile stresses are developed in fibers and deformed reinforcing bars just after crack initiation. With this beneficial effect, concrete tensile strength is improved and crack spacing decreases. In this research, SFRC member behavior is analytically investigated under pure tension and in order to verify the model, the results are compared with some recent experimental results. From the viewpoint of constitutive modeling of RC elements, there are two main approaches, discrete crack and continuum level models. The major disadvantage that adheres to discrete crack models is the fact that these models focus on the local crack behavior and seek to detect the crack paths, which of course requires a high computational cost. By contrast, continuum level models take advantage of the spatially averaged models between two primary transverse cracks. In a process of developing average constitutive models, it is important to model local mechanisms, these mechanisms in a reinforced concrete domain are related to initiation and propagation of cracks.

In this article, the tension stiffening model is developed considering all effective local stress transfer mechanisms including tension behavior of deformed bar, fibers pullout, tension softening of plain concrete and bond slip-stress between the reinforcing bar and concrete matrix. Straight and end hooked fibers have different mechanisms during pullout such as debonding, friction and mechanical anchorage of end hooked fibers. To predict the fiber tensile behaviors, it is necessary to define fiber stress transfer mechanism on the crack surface. The most important parameters that affect fibers behavior are material properties, size and geometry, distribution and orientation of fibers. The model used in this research considers a uniform random distribution for fiber's geometrical location and inclination angle. In this model, the slip occurred in the fiber is considered on both sides of fiber embedded in concrete. The bond slip- stress behavior of straight fiber is defined as linear before the bond stress reaches to the bond strength, then the bond stress is considered constant until the complete pullout. In end-hooked fibers, in addition to debonding and friction, the end mechanical anchorage of the fiber has also an important effect on the bearing capacity. In fact, in the process of fiber pullout, hooked part of fiber most have plastic deformation. To simulate it, a parabolic model is used. In order to solve the algorithm, an iterative analysis method is applied to calculate tension stress-elongation of specimen. To increase the accuracy of the model, the local yielding of reinforcing bars and matrix damage at the crack surface are also numerically simulated. Model verification is carried out by comparing the computational predictions with available experimental results. The results show good agreement with the test results. The proposed model is also shown to be useful in considering the effect of various percentages of fibers on average stress-strain behavior of deformed bar, total load elongation of specimen, crack spacing and concrete tension stiffening. By increasing fiber percentage, crack spacing will decrease so the average stress- strain behavior of deformed rebar becomes more similar to the bare bar.

**Keywords:** Fiber reinforced concrete, Tension stiffening behavior, Steel fiber, Average stress field.