

ارزیابی ماکزیمم مطلق پاسخ دینامیکی تیر تک دهانه تحت اثر حرکت شتابدار جسم متحرک

ایمان محمد پور نیک^۱، شیما جوادی پروانه^۲

۱ استادیار، گروه مهندسی عمران، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی عمران، واحد نور، دانشگاه آزاد اسلامی، نور، ایران

nikbin@iaurasht.ac.ir

تاریخ پذیرش: [۹۵/۱۰/۱۸]

تاریخ دریافت: [۹۴/۱۱/۱۳]

چکیده

امروزه جرم، سرعت و شتاب وسایط نقلیه افزایش چشمگیری یافته، به طوری که بازنگری‌های متعددی روی تنش‌ها و کرنش‌های دینامیکی محاسبه شده در پل‌ها با روش‌های قدیمی تحلیل استاتیکی و تحلیل به روش نیروی متحرک صورت پذیرفته است. پژوهشگران بسیاری برای حصول دقت بالاتر هماهنگی مدل فیزیکی و محاسباتی، روش جرم را به کار بسته‌اند. در مدل جرم متحرک، آثار اندرکنش بین جرم و سازه وارد مدل محاسباتی می‌شود که این باعث افزایش دقت و البته افزایش پیچیدگی محاسباتی برای تحلیل این مدل می‌شود. پس در چند سال اخیر، پژوهشگران متعددی این مساله را با در نظر گرفتن ارتعاش تیر نازک تحت اثر جرم متحرک معادل سازی نموده و به مطالعه پارامتری روی بیشینه پاسخ دینامیکی تیر پرداخته‌اند. به طور معمول در سازه‌های تیر شکل به منظور بررسی بیشینه مقدار پاسخ دینامیکی سازه تحت اثر بارهای متحرک، نقطه وسط دهانه به عنوان نقطه مرجع در نظر گرفته می‌شود. این درحالی است که لزوماً محل رخداد مقدار ماکزیمم پاسخ دینامیکی در وسط دهانه نیست. پس در این پژوهش، ارتعاش یک تیر یک دهانه در اثر عبور جرم متحرک با در نظر داشتن نسبت‌های مختلف جرم و در طیف وسیعی از نسبت‌های سرعت تحلیل می‌شود. ماکزیمم مطلق پاسخ دینامیکی تیر تحت اثر عبور جسم متحرک شتابدار بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که بیشینه مطلق پاسخ دینامیکی تیر می‌تواند تفاوت شایان توجهی نسبت به وسط دهانه تیر داشته باشد.

واژگان کلیدی: جرم متحرک، تیر اوپلر-برنولی، پاسخ دینامیکی، بیشینه پاسخ دینامیکی نرمالایز شده.

۱- مقدمه

مشخص نمود. پاسخ دینامیکی ناشی از ارتعاشات حاصل از بارهای متحرک که شامل تنش‌ها و کرنش‌های به وجود آمده است، در طیف وسیعی از سازه‌های صنعتی، صنایع نظامی، دستگاه‌های کامپیوتری، ماشین‌آلات مکانیکی و صنایع زیر-ساختی مورد توجه پژوهشگران بوده است. از این رو پژوهش‌های گسترده‌ای در زمینه بررسی عملکرد دینامیکی یک محیط پیوسته تحت اثر بارها و جرم‌های متحرک با دیدگاه‌های

طراحی سازه‌ها فرایندی گام به گام بوده که در گام نخست مستلزم دانستن مقدار بیشینه باری است که قرار است توسط سازه تحمل شود و سپس اندرکنشی که در سازه به واسطه بار تحمیل شده بر آن وارد می‌شود. از این رو طراحی صحیح زمانی انجام می‌شود که بتوان مقدار ماکزیمم پاسخ سازه به بار اعمال شده بر آن و نیز محل این رخداد را به شکل کاملاً دقیقی

سری‌های چندجمله‌ای متعامد یک‌ه (OPSEM)¹ برای تحلیل ارتعاش در تیرهای نازک با ضخامت‌های غیر یکنواخت نخستین بار به وسیله ابراهیم‌زاده و همکاران [7] ارائه شده است. از قابلیت‌های OPSEM می‌توان به تعیین فرکانس‌های ارتعاش آزاد و شکل‌های مودی در تیر اویلر-برنولی با ضخامت‌های متغییر اشاره نمود. این روش تیرهای یکسره چند دهانه با شرایط مرزی کلاسیک مختلف را نیز شامل می‌شود. دینگ و همکاران [8] پژوهشی را در مورد همگرایی روش گالرکین برای پاسخ دینامیکی یک تیر ارتجاعی متکی بر فونداسیون غیرخطی با میراگرهای الاستیک که تحت یک بار متحرک متمرکز، قرار گرفته است را به انجام رسانده‌اند. از سوی دیگر با لحاظ نمودن شرایط مختلف مرزی در دهانه‌های با طول‌های مختلف میزان همگرایی و پاسخ دینامیکی مورد رسیدگی قرار گرفته است. خط راه‌آهن و نیز سیستم روسازی جاده تحت عبور وسیله نقلیه را با مدل تیر اویلر-برنولی تحت یک بار متحرک مدل‌سازی نمودند. در این مدل تیر روی فونداسیون غیرخطی قرار داشته و آن را نیز به مانند یک مکعب مورد فرض قرار دادند.

مفید و همکاران [9] دو روش برای تعیین رفتار دینامیکی در تیرهای ویسکوالاستیک با شرایط مختلف مرزی که تحت جرم متحرک قرار دارند، ارائه نمودند. یک فرمولاسیون تحلیلی - عددی که می‌تواند حاکم بودن معادلات دیفرانسیل در فضا ویسکوالاستیک را به مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل نماید ارائه نمودند. پس از آن از روش المان مجزا بر پایه این فرض که تیر ویسکوالاستیک سراسری می‌تواند با یک سیستم میله‌های صلب و اتصالات انعطاف‌پذیر که مقاومت پیچشی نسبی در میله‌ها وجود دارد، جایگزین نمود، استفاده شده است. رفتار دینامیکی یک تیر اویلر-برنولی پیوسته چند دهانه تحت اثر یک نوسانگر متحرک به وسیله ابراهیمی و همکاران [10] بررسی شد و نیز با بکار بردن مجموعه‌ای از شکل‌های مود طبیعی تیر، معادلات حاکم ارتعاش تیر به دامنه زمانی تبدیل شده که با روش انتگرال‌گیری

متفاوت و بنا به اقتضا سازه مورد استفاده، صورت گرفته است. یکی از بارزترین بخش‌هایی که بیشترین توجه به مساله بار متحرک شده است، مهندسی عمران و موضوع اندرکنش سازه پل و وسیله نقلیه است. با نگاهی به گذشته در می‌یابیم در قرن نوزدهم میلادی و با آغاز ساخت ابنیه خطوط راه‌آهن مساله بار متحرک مدنظر مهندسین ساخت پل‌ها و پژوهشگران در زمینه آثار بارهای دینامیکی قرار گرفته است. ویلیس [1] برای نخستین بار فرمول‌بندی معادله ارتعاشی حرکت را با فرض تیر بدون جرم برای یک پل راه‌آهن و با مدل‌سازی جرم متحرک با سرعت ثابت مورد مطالعه قرار داد. در دنباله پژوهش ویلیس، پژوهشگر دیگری به نام استوکس [2]، با استفاده از گسترش سری‌های توانی معادله به دست آمده از پژوهش ویلیس را حل نموده است. فرایا [3] به بررسی دامنه وسیعی از مسایل مرتبط با موضوع بار متحرک پرداخته و تعداد زیادی از مسائل ساده بار متحرک و راه‌حل‌های تحلیلی آن‌ها را ارائه داده است و نتایج پژوهش خود را با تمرکز بر تیر برنولی در کتابی با عنوان ارتعاش جامدات و سازه‌ها تحت اثر بارهای متحرک، منتشر نموده است.

تیموشنکو [4] با استفاده از روش گسترش توابع ویژه، تیری با تکیه‌گاه‌های مفصلی که تحت اثر باری متحرک با سرعت ثابت را بررسی نموده و پس از آن پژوهش خود را به بار متحرک هارمونیک توسعه داد. در پژوهشی گسترده، اوپانگ [5] زنجیره‌ای از مسائل شامل ارتعاشات ناشی از بارهای متحرک در حوزه وسیعی از محیط‌های پیوسته از جمله دستگاه‌های ماشین‌کاری با سرعت بالا، جرثقیل‌های سقفی، تاور کرین-های ساختمانی، کابل‌های نگهدارنده تله‌کابین‌ها، دیسک‌های ذخیره‌سازی اطلاعات، سازه پل‌ها و موارد دیگر را بررسی کرده است. احمدی و نیکخو [6] پژوهشی در زمینه ارتعاش در تیرهای غیر یکنواخت با شرایط مختلف مرزی تحت یک جرم متحرک را انجام دادند و به منظور مدل‌سازی از تئوری تیر اویلر-برنولی استفاده کرده و با بکار بردن گسترش توابع ویژه، معادله حرکت را به تعدادی از معادلات دیفرانسیل معمولی به هم پیوسته خطی متغییر با زمان تبدیل نموده‌اند. روش گسترش

1 Orthonormal Polynomial Series Expansion Method (OPSEM)

علاوه بر اجزا قائم شتاب در جرم متحرک مورد رسیدگی قرار گرفت و نیز با استفاده از روش گالرکین معادلات دیفرانسیل جزئی حرکت که از طریق اصل هامیلتون حاصل شده، به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شدند. روشن دل و همکاران [18] پاسخ دینامیکی در یک تیر تیموشنکو غیریکنواخت که تحت یک جرم متحرک قرار گرفته را به صورت جامع بررسی کردند. برای این منظور روش گسترش توابع ویژه با بکارگیری مود شکل های طبیعی در تیر تیموشنکو یکنواخت استفاده شده است و سپس شکل برداری خواص تعامد در مودهای ارتعاش آزاد تیر تیموشنکو برای روش بسط توابع ویژه بکار گرفته شده و نیز مفهوم شکل سری های برداری و ضرب داخلی مناسب در ترکیب با شکل های مودی برای یک تیر با شرایط مختلف مرزی مورد توجه قرار گرفته است [19]. کیانی و همکاران [20] پاسخ دینامیکی در تیرهای پروالاستیک که روی آنها بار نقطه ای متحرک با احتساب تغییر شکل برشی اثر کرده، را مورد رسیدگی قرار دادند. تخلخل متوسط، کاملاً اشباع شده و فقط انتشار طولی مجاز بوده و برای این منظور بر اساس تئوری تحکیم بایوت و مدل تیر تیموشنکو، معادلات حرکت عرضی در سازه تیر-مانند پروالاستیک، حاصل شده و نیز برای سازه تیر-مانند با تکیه گاه ساده، عبارات صریحی از تغییر مکان عرضی و فشار منفذی بدست آمده اند. کارگرنوین و همکاران [21] پژوهشی در مورد یک تیر تیموشنکو کامپوزیت با لایه لایه شدگی واحد که دامنه ثابتی از نیروی متحرک بر روی آن عبور می کند، به صورت محاسباتی مدل سازی نمودند تا اثر پواسون، تغییر شکل برشی و اینرسی دورانی را بررسی نمایند. انگوین [22] بر پایه مقایسه بین شناسایی ترک های باز و ترک های بازشونده در یک سیستم پل-وسیله نقلیه تحت اثر یک وسیله نقلیه متحرک، روش طیف موجک را برای شناسایی پدیده ترک بازشونده ارائه داد.

حسن آبادی و همکاران [23] در پژوهشی ارتعاش ناشی از جرم متحرک در یک صفحه نازک دایره ای شکل با روش بهینه سازی شده برهم نهی مودال در سیستم پارامتری توزیع شده را با کمک گسسته سازی دامنه فضایی توسط یک سری از توابع شکل طبیعی صفحه بررسی نموده و حرکت یک نوسانگر

زمانی حل شده اند. نیکخو و همکاران [11]، روش محاسباتی سریعی را برای پاسخ دینامیکی سازه های تیر شکل تحت اثر جرم متحرک ارائه دادند، برای این منظور نخست پاسخ دینامیکی تیر تک دهانه را با کمک روشی نیمه تحلیلی بر پایه چند جمله ای های قائم (COPs)¹ و سپس با تحلیل رگرسیون به صورت خودکار آثار جرم متحرک به عنوان نیروی متحرک را اتخاذ نموده اند. سیمسک و همکاران [12] در پژوهشی تحلیلی-های دینامیکی خطی از یک تیر طبقه بندی شده تابعی محوری (AFG)² با تکیه گاه های ساده کناری به سبب بار متحرک هارمونیک با استفاده از تئوری تیر اوپلر-برنولی را ارائه نمودند. وانگ و مینگ یانگ [13] آثار پاسخ دینامیکی سازه پل که وسایط نقلیه متحرک با سرعت های مختلف از روی آن عبور می کنند را بررسی کردند. رجیبی و همکاران [14]، تحلیل دینامیکی یک تیر اوپلر-برنولی لایه بندی شده با تکیه گاه های ساده تحت اثر نوسانگر متحرک را مورد رسیدگی قرار دادند و با استفاده از اصل هامیلتون معادله حاکم را استخراج نموده و به کمک روش پتروف-گالرکین سیستم معادلات دیفرانسیل جزئی مرتبه چهارم حرکت را به معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه دوم کاهش دادند و با روش عددی رانگ-کوتا معادلات حاصل را حل نمودند.

نیکخو و همکاران [15] با استفاده از روشی نیمه تحلیلی اندرکنش تیر-جرم متحرک را با پیشنهاد پایه متعامدی از روند گسسته سازی فضایی پاسخ دینامیکی در تیرهای با تغییر شکل برشی ارائه نمودند و نیز معادلات دیفرانسیل مقادیر مرزی اولیه متناظر با حرکت را با تمرکز بر تئوری های تیر تیموشنکو و ردی-بکفورد، رسیدگی نمودند. تحلیل دینامیکی یک تیر تیموشنکو شیب دار به هندسه غیرخطی که تحت اثر عبور پی-در-پی نیروها و جرم های متحرک قرار دارد به وسیله مامندی و کارگرنوین [16] انجام شده است. پیرمادیان و همکاران [17] یک تیر تیموشنکو تحریک شده به وسیله دنباله متوالی از جرم های متحرک یکسان، به عنوان یک مساله متغیر زمان را مورد مطالعه قرار دادند. آثار شتاب های کوریولیس و جانب مرکز

1 Characteristic Orthogonal Polynomials
2 Axially Functionally Graded

با فرضی ساده کننده فقط پاسخ دینامیکی را در وسط دهانه تیر بررسی نموده‌اند. از این رو، به منظور ارزیابی دقیق و واقعی مساله ارتعاش سازه تیر با رویکردی فراگیرتر، در این پژوهش علاوه بر در نظر گرفتن آثار تغییر سرعت و شتابدار بودن حرکت جرم، نشان داده می‌شود که محل دقیق رخدادهای ماکزیمم مطلق پاسخ دینامیکی لزوماً در وسط دهانه اتفاق نمی‌افتد که این موضوع مهم از دید سایر پژوهشگران مورد غفلت واقع شده است.

۲- تعریف مساله و بیان فرمول‌ها

یک تیر نازک تک دهانه یکنواخت که تحت ارتعاش واداشته توسط بار متحرک (جرم متحرک) قرار گرفته، سبب ایجاد تغییر مکان قائم $W(x_0, t)$ در تیر شده و در شکل (۱) نمایش داده شده است. به وسیله یک سیستم مختصات که محور افقی آن بر روی تار خنثی تیر قرار گرفته و محور قائم آن رو به بالاست، می‌توان میزان تغییر مکان‌های تیر را در نظر گرفت. نمودار جسم آزاد برای جرم متحرک رسم شده و نیز $x_0(t)$ معرف موقعیت بار متحرک (جرم متحرک) روی محور افقی تیر در هر لحظه از زمان است.

شکل ۱. مدل جرم متحرک بر روی تیر تک دهانه و نمودار جسم آزاد

نیروی اندرکنشی بین جرم و تیر

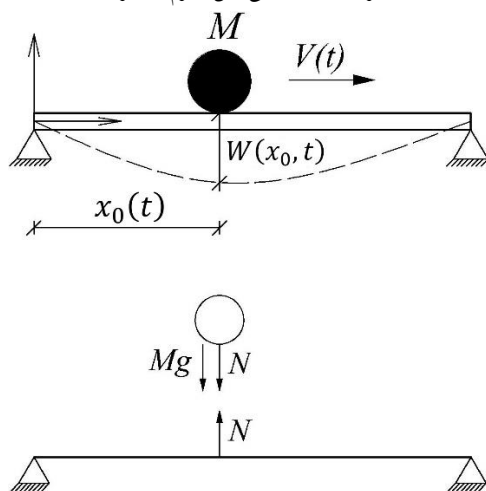


Fig. 1. The moving mass model on single-span beam and free-body diagram of the interaction force between the mass and beam

طول تیر نازک (L)، یکنواخت فرض شده و A معرف

متحرک و ارتعاشات ایجاد شده توسط آن بر روی یک صفحه مستطیلی با شرایط مختلف مرزی در لبه‌های صفحه را با استفاده از روش گسترش توابع ویژه [24] را ارزیابی کردند. انشائیان و رفوئی [25] تغییر شکل دینامیکی یک صفحه غیرخطی هندسی با تکیه‌گاه‌های ساده تحت اثر جرم متحرک توده شده را با استفاده از روش گسترش مودی بررسی نمودند و معادله دیفرانسیل حاکم حرکت برای تغییر شکل‌های بزرگ صفحه با کمک روش لاگرانژ بر پایه توابع مکانی مناسب خارج از صفحه به منظور ارضای شرایط مختلف مرزی حل شده است. امیری و همکاران [26] تحلیل ارتعاش یک صفحه الاستیک میندین نامیرا با شرایط دلخواه مرزی تحت اثر جرم متحرک را با استفاده از روش گسترش توابع ویژه انجام داده‌اند. مارتینز رودریگو و موسروز [27] پاسخ رزونانس در صفحات عبور داده شده به وسیله بارهای متحرک و کاربرد عملی دینامیک در پل‌های راه‌آهن با قطارهای پرسرعت را مورد رسیدگی قرار دادند. یوزال و ساکن [28] در پژوهشی یک سری راه‌حل تحلیلی برای پاسخ دینامیکی در یک صفحه نازک ایزوتروپیک دایره‌ای تحت یک بار متحرک را ارائه نمودند که از مقدار جرم در اعمال نیرو چشم‌پوشی شده است. پاسخ صفحه محاسبه شده دو مورد راه‌حل، شامل نیرو متحرک روی خط مستقیم روی صفحه و نیز بار متحرک بر روی مسیر دایره‌ای روی صفحه را نشان می‌دهد. رزونانس یک صفحه مستطیلی تحت اثر چند جرم متحرک که بر روی خط مستقیم در جهت‌های مخالف و موازی هم در حال عبور بوده توسط نیکخو و همکاران [29] بررسی شده است که می‌تواند حالتی از ارتعاش دال‌های دوطرفه در پل‌های دالی مدنظر قرار گیرد. نقاط بحرانی بیشینه خیز مطلق و یا بیشینه لنگر خمشی مطلق که در سازه تحمل کننده بار دینامیکی متحرک اتفاق می‌افتد را می‌توان بعد از اعمال بار روی سازه و انجام تحلیل دینامیکی مشخص نمود. با نگاهی اجمالی به پژوهش‌های انجام شده تاکنون می‌توان دریافت که عمده مطالعات پژوهشگران در مساله بار متحرک معطوف بر تیرها و صفحاتی بوده که سرعت حرکت جرم بر روی سازه ثابت بوده است و از سوی دیگر در پژوهش‌های محدودی که با در نظر داشتن سرعت متغییر حرکت و سپس

و از عبارت مشتق زنجیره‌ای زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \{w_j(x_0(t))a_j(t)\} = \\ w_j(x) \frac{d^2}{dt^2} a_j(t) \\ + 2 \frac{\partial}{\partial x} w_j(x) \frac{d}{dt} x_0(t) (UU) a_j(t) \quad (3) \\ \therefore UU = \frac{\partial^2}{\partial x^2} w_j(x) \left(\frac{d}{dt} x_0(t) \right)^2 \\ + w_j(x) \frac{d^2}{dt^2} x_0(t) \end{aligned}$$

با جایگذاری روابط (۳ و ۲) در معادله حاکم تیر برنولی می‌توان رابطه (۴) را چنین نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial x^2} \right] \\ + \rho A(x) \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial t^2} = \quad (4) \\ -M \left(g + \frac{d^2 W(x_0(t),t)}{dt^2} \right) \delta(x - x_0(t)) \end{aligned}$$

اکنون می‌توان با استفاده از رابطه (۵) تابع تغییر مکان قائم را جایگزین نمود و رابطه تغییر یافته آن به صورت رابطه (۶) است:

$$W(x,t) = \sum_{j=1}^n a_j(t) \varphi_j(x) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \left\{ a_j(t) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 \varphi_j(x)}{\partial x^2} \right] \right. \\ \left. + \rho A(x) \varphi_j(x) \frac{d^2}{dt^2} a_j(t) \right\} = \quad (6) \\ -M \left(g + \frac{d^2}{dt^2} \sum_{j=1}^n a_j(t) \varphi_j(x_0(t)) \right) \times \\ \delta(x - x_0(t)) \end{aligned}$$

رابطه (۶) را می‌توان به شکل رابطه زیر نیز بیان نمود:

سطح مقطع تیر و خیز قائم هر نقطه از تیر به سبب اعمال بار متحرک در هر لحظه از زمان برابر $W(x_0, t)$ است. در این تیر EI معرف سختی خمشی است که E مدول الاستیسیته و I ممان اینرسی بوده و جرم حجمی با ρ نشان داده می‌شود. با در نظر گرفتن تغییر مکان تیر اولیه - برنولی معادل $W(x, t)$ ، که در آن x متغییر مکان و t متغییر زمان است، می‌توان با کمک روابط کرنش‌ها و تنش‌های ایجاد شده در تیر معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش تیر نازک را مطابق رابطه (۱) به دست آورد [30]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial x^2} \right] \\ + \rho A \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial t^2} = P(x,t) \delta(x - x_0(t)) \quad (1) \end{aligned}$$

در رابطه (۱)، عبارت $\delta(x)$ همان دلتا دیراک بوده که به لحاظ ریاضی معرف یک بار متمرکز با موقعیت متغییر $x_0(t)$ است. فرض می‌شود که بار متحرک در حین حرکت، در تماس کامل با تیر باقی می‌ماند و پدیده جداشدگی از سطح اتفاق نمی‌افتد. همچنین فرض می‌شود که در آغاز تحلیل، سازه تیر دارای شرط اولیه صفر باشد، یعنی تیر تغییر شکل و سرعت اولیه نداشته باشد. در رابطه فوق $P(x, t)$ نیروی متحرک خارجی اثر کننده بر سطح تیر ناشی از جرم متحرک است، از این رو مطابق شکل (۱)، برای جرم متحرک می‌توان رابطه (۲) را چنین نوشت:

$$\begin{cases} N = -m(a + g) \\ a = \frac{d^2}{dt^2} W(x_0(t), t) \\ N = -m \left(g + \frac{d^2}{dt^2} W(x_0(t), t) \right) \\ P(x, t) = N \delta(x - x_0(t)) \end{cases} \quad (2)$$

در رابطه (۲)، a عبارت معرف ناشی از اینرسی بار متحرک روی تیر است که در مدل جرم متحرک نسبت به نیروی متحرک تا حد بسیار زیادی بر پیچیدگی مساله می‌افزاید و از طرفی موجب بالاتر رفتن دقت محاسبات می‌شود

$$= - \frac{M}{\rho A(x_0(t))L} \langle \varphi_i(x_0(t)), \left[g + \sum_{j=1}^n \left\{ \varphi_j(x) \frac{d^2}{dt^2} a_j(t) + 2 \left(\frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial x} \right) \left(\frac{dx_0(t)}{dt} \right) \frac{d}{dt} a_j(t) \right\} + \left[\left(\frac{\partial^2 \varphi_j(x)}{\partial x^2} \right) \left(\frac{dx_0(t)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial x} \right) \frac{d^2 x_0(t)}{dt^2} \right] a_j(t) \right]_{x=x_0(t)} \rangle$$

$$\delta(x - x_0(t))$$

با انتگرال گیری از طرفین رابطه (۱۰) بر حسب x و با استفاده از رابطه (۸) می توان خلاصه سازی در روابط را در آن اعمال نمود:

$$[\mathbf{K}_{beam}]_{n \times n} \{a_j(t)\} + \mathbf{I}_{n \times n} \{\ddot{a}_j(t)\} = \{\mathbf{F}_L\} - [\mathbf{M}_L]_{n \times n} \{\ddot{a}_j(t)\} - [\mathbf{C}_L]_{n \times n} \{\dot{a}_j(t)\} - [\mathbf{K}_L]_{n \times n} \{a_j(t)\} \quad (11)$$

به عبارت دیگر معادله دینامیکی آن به صورت زیر نوشته می شود:

$$(\mathbf{I}_{n \times n} + \mathbf{M}_L) \{\ddot{a}_j(t)\} + [\mathbf{C}_L]_{n \times n} \{\dot{a}_j(t)\} + (\mathbf{K}_{beam} + \mathbf{K}_L) \{a_j(t)\} = \{\mathbf{F}_L\} \quad (12)$$

ضرایب مطرح شده در عبارت فوق به صورت روابط زیر بدست می آیند:

$$\mathbf{K}_{beam} = \frac{1}{L^4 \times \rho} \int \frac{1}{A(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi_j(x) \right) \varphi_i(x) dx \quad (13)$$

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^n \left\{ \left[a_j(t) \frac{1}{\rho A(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \times \left[EI(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi_j(x) \right] + \varphi_j(x) \ddot{a}_j(t) \right\} = - \frac{M}{\rho A(x)} \left[g + \sum_{j=1}^n \left\{ \ddot{a}_j(t) \varphi_j(x) + 2 \left[\dot{a}_j(t) \frac{\partial}{\partial x} \varphi_j(x) \frac{dx_0(t)}{dt} \right] + a_j(t) \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi_j(x) \left(\frac{dx_0(t)}{dt} \right)^2 \right] + a_j(t) \frac{\partial}{\partial x} \varphi_j(x) \frac{d^2 x_0(t)}{dt^2} \right\} \right]_{x=x_0(t)} \times \delta(x - x_0(t)) \quad (V)$$

با تعریف ضرب داخلی دو تابع مطابق رابطه (۸)، می توان فرآیند آن را چنین نوشت:

$$\langle \Phi_i(x), \Phi_j(x) \rangle = \int_0^1 \Phi_i(x) \Phi_j(x) dx \quad (8)$$

به منظور بیان متعامد بودن دو تابع نشان داده شده در رابطه (۸) می توان چنین فرض نمود:

$$\langle \Phi_i(x), \Phi_j(x) \rangle = \delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases} \quad (9)$$

با ضرب داخلی $\varphi_i(x)$ در طرفین رابطه (۷)، می توان رابطه (۱۰) را به صورت زیر نوشت:

$$\sum_{j=1}^n \left\{ \left[\langle \varphi_i(x), \frac{1}{\rho A(x)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \times \left[EI(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi_j(x) \right] \right\} a_j(t) + \langle \varphi_i(x), \varphi_j(x) \rangle \ddot{a}_j(t) \quad (10)$$

در ادامه مطالب، این پارامترها معرفی می‌شوند. نسبت جرمی با Γ نشان داده شده و برابر نسبت مقدار جرم متحرک به جرم تیر است:

$$\Gamma = \frac{M}{\rho A l} \quad (19)$$

نسبت سرعت را با ϑ می‌توان نشان داد که معرف نسبت سرعت حرکت جرم متحرک به سرعت مبنا تیر است و از رابطه (۲۰) قابل محاسبه است:

$$\vartheta = \frac{v}{u} \quad (20)$$

در رابطه (۲۰)، v سرعت حرکت جرم متحرک و u سرعت مبنا است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$u = \frac{l}{T_1} \quad (21)$$

در رابطه فوق T_1 دوره تناوب اولیه تیر و l طول دهانه تیر است. دوره تناوب اولیه تیر را می‌توان با استفاده از رابطه (۲۲) چنین نوشت:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (22)$$

همان‌گونه که در رابطه (۲۲) مشاهده می‌شود، ω_0 فرکانس اولیه تیر است و با توجه به ارتعاش آزاد تیر فرکانس اولیه از رابطه (۲۳) قابل محاسبه است:

$$\omega_0 = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (23)$$

با توجه به رابطه‌های (۲۲) و (۲۳) می‌توان رابطه سرعت مبنا را به صورت رابطه (۲۴) نوشت:

$$u = \frac{\pi}{2l} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (24)$$

پاسخ دینامیکی نرمالایز شده را با رابطه W_N می‌توان نشان داد و با استفاده از رابطه (۲۵) قابل محاسبه است:

$$W_N = \frac{W}{W_{stat}} \quad (25)$$

در رابطه فوق W معرف خیز دینامیکی تیر در اثر عبور جرم متحرک و W_{stat} نشان دهنده بیشینه خیز استاتیکی در وسط دهانه تیر است که از رابطه (۲۶) محاسبه می‌شود:

$$F_{ij} = -\frac{Mg}{\rho A (x_0(t)) L} \varphi_i(x_0(t)) \quad (14)$$

$$\mathbf{M}_L = \frac{M}{\rho A (x_0(t)) L} \times \quad (15)$$

$$\varphi_i(x_0(t)) \varphi_j(x_0(t))$$

$$\mathbf{C}_L = \frac{2M}{\rho A (x_0(t)) L} \times \quad (16)$$

$$\varphi_i(x_0(t)) \frac{\partial}{\partial x} \varphi_j(x_0(t)) \frac{dx_0(t)}{dt}$$

$$\mathbf{K}_L = \frac{M}{\rho A (x_0(t)) L} \times \left[\begin{array}{l} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \varphi_j(x_0(t)) \left(\frac{dx_0(t)}{dt} \right)^2 \\ + \frac{\partial}{\partial x} \varphi_j(x_0(t)) \frac{d^2 x_0(t)}{dt^2} \end{array} \right] \quad (17)$$

۳- نمونه‌های عددی

به منظور درک بهتر و بیان ساده‌تر موضوع یک تیر تک دهانه نازک با شرایط تکیه‌گاهی ساده که از تئوری اویلر-برنولی پیروی می‌کند را در این بخش می‌توان با مشخصات طول دهانه $l = 10 \text{ m}$ ، جرم حجمی $\rho = 2800 \text{ kg/m}^3$ ، مدول الاستیسیته $E = 3.0 * 10^4 \text{ MP}$ و سطح مقطعی منشوری و با رابطه $A = 0.1l * 0.04l$ مدنظر قرار داد. همان‌گونه که بیان شد سازه تیر دارای شرط اولیه صفر است و جسم متحرک از سمت چپ روی تیر حرکت می‌کند. در زمانی که جرم متحرک روی تیر حرکت می‌کند، می‌توان موقعیت لحظه‌ای جرم را با استفاده از رابطه (۱۸) مشخص نمود:

$$x_0(t) = vt \quad (18)$$

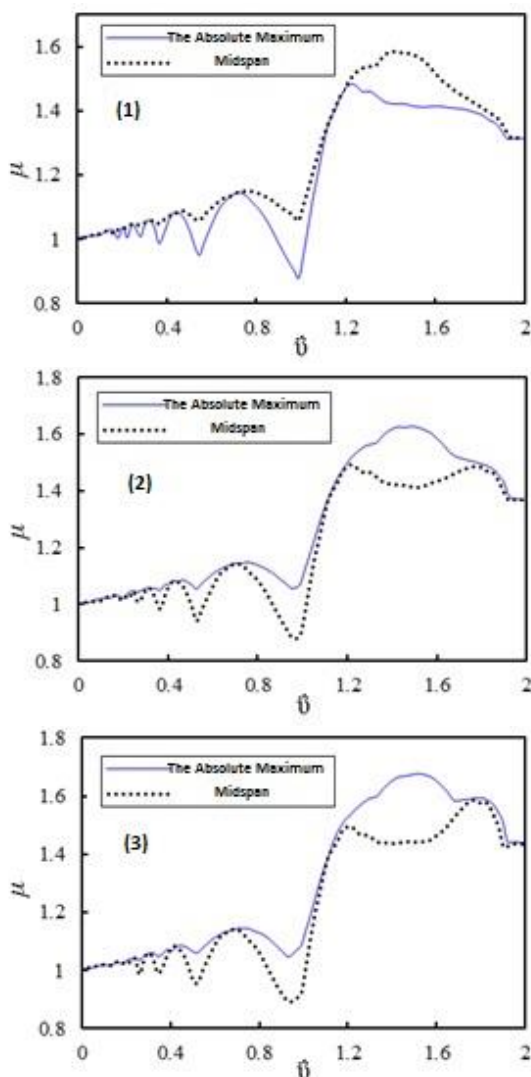
مطالعه جامع و دقیق‌تر نتایج حاصل از محاسبات پاسخ دینامیکی تاثیر جرم متحرک روی تیر و حفظ کلیت نتایج ارائه شده، که می‌توان از پارامترهای نرمالایز شده که قابلیت بیان نتایج در شرایط کلی را دارند، استفاده نمود. از این‌رو

شود:

$$M_b = \left[EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} W_{stat}(x_0, x) \right]_{x=0.5} \quad (30)$$

در شکل (۳) مقایسه‌ای بین مقدار لنگر ایجاد شده در محل وسط دهانه تیر و مقدار ماکزیمم مطلق لنگر در طول تیر به سبب عبور جرم متحرک با نسبت‌های مختلف جرمی به نمایش درآمده است.

شکل ۳. لنگر خمشی ماکزیمم مطلق در طول تیر و بیشینه لنگر خمشی در محل وسط دهانه در تیر نازک تک دهانه با نسبت سرعت‌های مختلف به ازای عبور جرم متحرک با نسبت جرمی‌های



$$W_{stat} = \frac{Mgl^3}{48EI} \quad (26)$$

همچنین به منظور معرفی شتاب از پارامتر α استفاده شده است. که α_1 معرف شتاب حرکت افقی نوسانگر و u' شتاب مبنا است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{u'} \quad (27)$$

$$u' = \frac{l}{(T_1)^2} \quad (28)$$

همان‌گونه که در شکل (۲) مشاهده می‌شود پاسخ دینامیکی نرمالایز شده در وسط دهانه تیر یک دهانه تحت اثر عبور جرم متحرک با نسبت‌های مختلف جرمی نشان داده شده است. می‌توان دریافت با افزایش نسبت جرمی مقدار W_N نیز افزایش می‌یابد.

شکل ۲. پاسخ دینامیکی در وسط دهانه تیر یک دهانه به تناسب موقعیت جرم متحرک و تغییر نسبت جرمی Γ

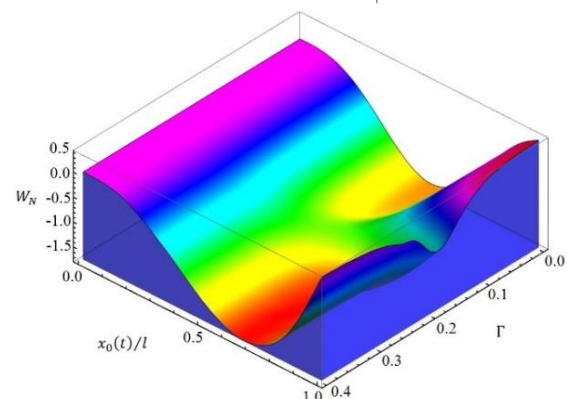


Fig. 2. Dynamic response at midspan of a single-span beam In accordance with the position of the moving mass and change in the mass ratio (r)

به منظور بررسی بیشینه مقدار لنگر خمشی در وسط دهانه و مقدار لنگر خمشی ماکزیمم مطلق که در طول تیر به سبب عبور جرم متحرک اتفاق می‌افتد، پارامتر μ که معرف لنگر خمشی نرمالایز شده است، به صورت رابطه (۲۹) تعریف می‌شود:

$$\mu = M / M_b \quad (29)$$

در رابطه (۲۹)، M_b لنگر به وجود آمده ناشی از اعمال بار عبور جرم متحرک روی تیر است و مطابق رابطه (۳۰) محاسبه می‌-

مطلق و مقدار لنگر در وسط دهانه برابر هم است و اختلاف چندان زیادی با هم ندارند ولی تا حدود نسبت سرعت $\theta = 1.0$ ، با وجود افزایش اختلاف بین مقدار لنگر ماکزیمم مطلق و مقدار لنگر در وسط دهانه، همچنان نسبت μ چندان افزایش را نشان نمی‌دهد ولی با افزایش نسبت سرعت از $\theta = 1.0$ ، نسبت μ صعود قابل ملاحظه‌ای را به خود می‌بیند. از سوی دیگر با توجه به شکل‌های (۳-۱ تا ۳-۷)، می‌توان به این نکته پی برد که فقط در حالت نسبت جرم $\Gamma = 0.0$ که معادل مدل نیروی متحرک است، میزان لنگر ایجاد شده در تیر به سبب عبور بار متحرک در وسط دهانه بیشتر از مقدار لنگر ماکزیمم مطلق است. ولی با افزایش نسبت جرم Γ ، که آثار اینرسی جرم را وارد مساله می‌نماید، میزان نسبت μ نیز به‌طور محسوسی افزایش می‌یابد با این تفاوت که مقدار لنگر ماکزیمم مطلق در کلیه نسبت سرعت‌ها بیشتر از لنگر ایجاد شده در وسط دهانه است و این موضوع اهمیت بررسی دقیق مقدار ماکزیمم مطلق لنگر ایجاد شده در تیر را کاملاً مشهود می‌نماید و همچنین توجه مهندسیین طراح سازه‌های مختلف تحت اثر بارهای متحرک و به شکل ویژه طراحان سازه پل‌ها را به خود جلب می‌نماید.

آثار تغییرات پارامتر شتاب روی پاسخ دینامیکی سازه تیر تحت اثر جرم متحرک را می‌توان در شکل (۴)، مشاهده نمود. در این قسمت ضریب بزرگ‌نمایی دینامیکی DAF^۱ که نشان‌دهنده بیشینه پاسخ دینامیکی نرمالایز شده در طول دهانه تیر بر اثر ارتعاش ناشی از عبور جرم متحرک بر روی تیر به ازای نسبت سرعت‌های مختلف است، معرفی می‌شود. با توجه به شکل‌های (۴-۱ تا ۴-۷)، به خوبی می‌توان دریافت مقدار بیشینه پاسخ دینامیکی نرمالایز شده در طول دهانه تیر تحت اثر ارتعاش ناشی از عبور جرم متحرک با افزایش مقدار نسبت جرم، در نسبت سرعت‌های پایین تغییرات زیادی نسبت به هم نداشته ولی در نسبت سرعت‌های متوسط و بالا به شکل محسوسی افزایش DAF را ناشی شده است. از سوی دیگر با افزایش میزان پارامتر شتاب از

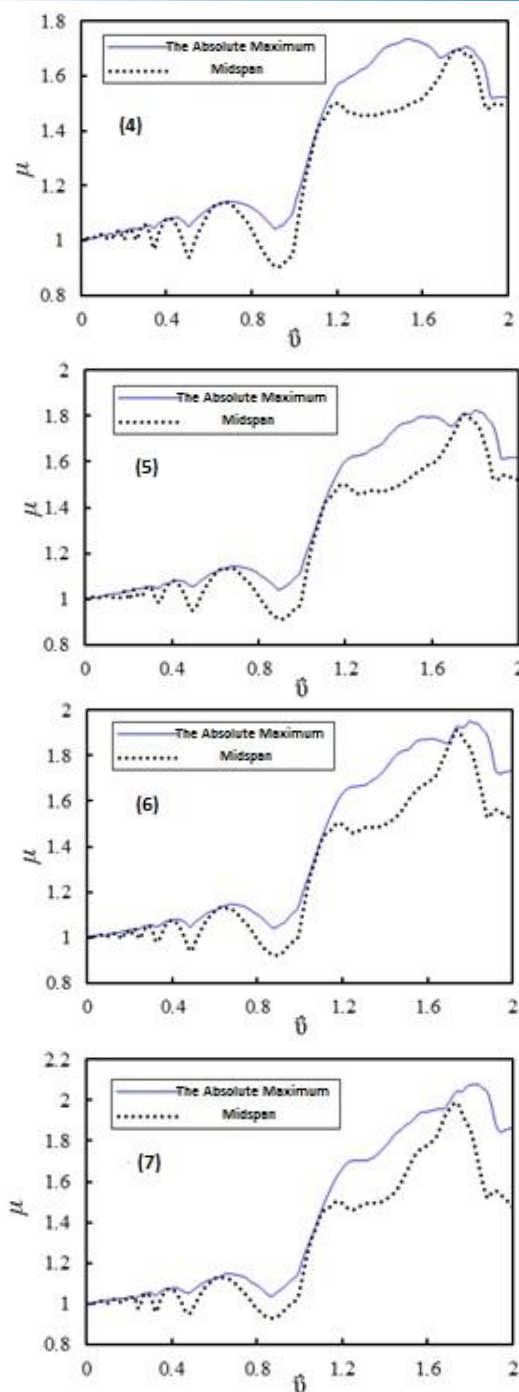


Fig. 3. The absolute maximum bending moment along the beam and the maximum bending moment at midspan thin single-span beam with different speed ratio for moving mass transit with the mass ratio of

(1): $\Gamma = 0.0$; (2): $\Gamma = 0.05$; (3): $\Gamma = 0.1$; (4): $\Gamma = 0.15$; (5): $\Gamma = 0.2$; (6): $\Gamma = 0.25$; (7): $\Gamma = 0.3$.

با مشاهده دقیق شکل (۳) می‌توان دریافت که با افزایش نسبت سرعت حرکت جرم روی تیر، میزان پاسخ دینامیکی تیر نیز افزایش چشم‌گیری می‌یابد و از طرفی به‌طور متوسط تا حدود نسبت سرعت $\theta = 0.36$ تقریباً مقدار لنگر ماکزیمم

یک جرم متحرک با نسبت‌های مختلف جرمی ارزیابی شده و پاسخ دینامیکی به وجود آمده در تیر، تحلیل و بررسی شده است. معادلات حاکم بر تیر نازک مورد نظر بر پایه تئوری اویلر-برنولی و با استفاده از اصل هامیلتون و روش حساب تغییرات حاصل شده و پس از حل معادله حاکم با در نظر داشتن آثار لختی بار، پارامترهای مورد نظر به دست آمده‌اند. سپس با تعریف پارامترهای نرمالایز شده لازم، ابعاد مختلف موضوع با ارائه نمونه‌های متنوع رسیدگی شده است. پاسخ دینامیکی نرمالایز شده در وسط دهانه تیر یک دهانه تحت اثر عبور جرم متحرک در دامنه وسیع و پیوسته‌ای از نسبت‌های مختلف جرمی بررسی شده و مشخص شد با افزایش نسبت جرمی مقدار W_N نیز افزایش می‌یابد. همچنین حداکثر مقدار لنگر خمشی در وسط دهانه و مقدار لنگر خمشی ماکزیمم مطلق که در طول تیر به سبب عبور جرم متحرک به وجود می‌آید در حالت‌های مختلف نسبت جرمی با یکدیگر مقایسه شده و اهمیت بالای تفاوت در این دو مقدار و در نظر داشتن این موضوع در انجام طراحی صحیح سازه تیر، تبیین شد. این تفاوت مقدار در نسبت سرعت‌های پایین، بسیار ناچیز بوده ولی در نسبت سرعت‌های میانی و بالا کاملاً محسوس است و با افزایش نسبت جرم، مقدار لنگرهای به وجود آمده و تفاوت دو مقدار لنگر خمشی ماکزیمم مطلق و بیشینه مقدار لنگر خمشی در وسط دهانه نیز افزایش می‌یابد. تغییرات پارامتر شتاب روی بیشینه پاسخ دینامیکی نرمالایز شده در طیف وسیعی از نسبت‌های سرعت مورد ارزیابی قرار گرفته و نشان داده شده است که با افزایش مقدار شتاب حرکت جرم متحرک روی تیر، مقدار DAF به شکل قابل توجهی افزایش می‌یابد.

References

- [1] Willis, R.; The effect produced by causing weights to travel over elastic bars. Report of the commissioners appointed to inquire into the application of iron to railway Structures; Appendix B, London, England, Stationery office, (1849).
- [2] Stokes, G.; Discussion of a differential equation relating to a breaking of railway Bridges, *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*; 8, 707, (1896).
- [3] Frýba, L.; *Vibration of Solids and Structures under*

۵- مراجع

تغییرات زیادی در مقدار DAF را ایجاد نموده است، به گونه‌ای که با افزایش پارامتر شتاب از $\alpha = 1$ به $\alpha = 2$ مقدار بیشینه پاسخ دینامیکی نرمالایز شده در نسبت سرعت $\theta = 1.4$ ، در حدود ۲۵٪ افزایش را در نسبت‌های مختلف جرم ایجاد نموده و این در حالی است که با تغییر پارامتر شتاب از $\alpha = 2$ به $\alpha = 3$ مقدار حداکثر پاسخ دینامیکی نرمالایز شده در نسبت سرعت $\theta = 1.4$ ، در حدود ۸۰٪ افزایش در نسبت‌های جرمی مختلف را سبب شده است. از این رو مطالعه دقیق و خاص در مورد سازه‌های تحت اثر بارهای متحرک برای حاصل شدن اطلاعات لازم برای طراحی سازه‌ای ایمن، لازم و ضروری است.

شکل ۴. تغییرات نسبت جرمی از $\Gamma = 0.1$ تا $\Gamma = 0.4$ و اثر میزان شتاب بر بیشینه پاسخ دینامیکی نرمالایز شده؛ (a): $\alpha = 1$; (b): $\alpha = 2$; (c): $\alpha = 3$

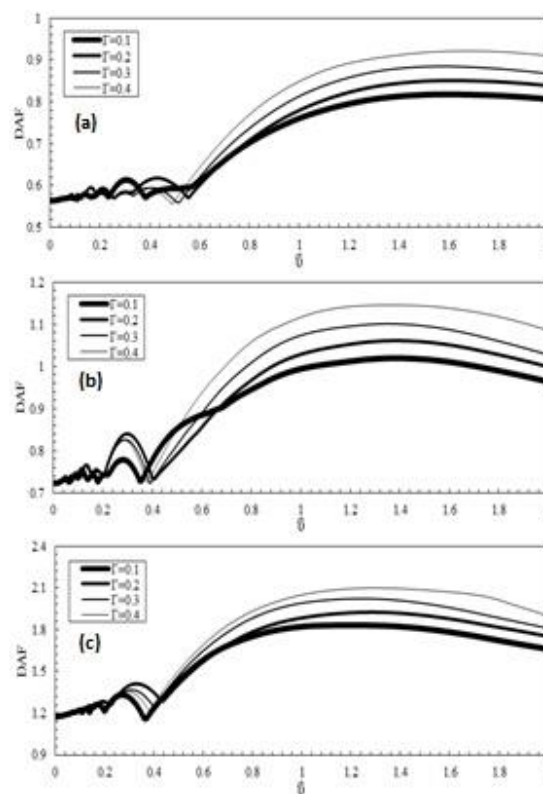


Fig. 4. changes in the mass ratio of $r=0.1$ to $r=0.4$ and effect of acceleration on the maximum dynamic response has been normalized

۴- نتیجه گیری

در این پژوهش ارتعاشات یک تیر تک دهانه تحت اثر

- response of a non-uniform Timoshenko beam, subjected to moving mass"; *Journal of Mechanical Engineering Science*; (2014). doi: 10.1177/0954406214561049 (In Persian)
- [19] Roshandel, D., Mofid, M., Ghannadiasl, A.; "Modal analysis of the dynamic response of Timoshenko beam under moving mass"; *Scientia Iranica A*; 22(2), (2015), 331-344. (In Persian)
- [20] Kiani, K., Ghomi Avili, H., Noori Kojorian, A.; "On the role of shear deformation in dynamic behavior of a fully saturated poroelastic beam traversed by a moving load"; *International Journal of Mechanical Sciences*; 94-95, (2015), 84-95. (In Persian)
- [21] Kargarnovin, M.H., Jafari-Talookolaei, R.A., Ahmadian, M.T.; "Vibration Analysis of Delaminated Timoshenko Beams under the Motion of a Constant Amplitude Point Force Traveling with Uniform Velocity"; *International Journal of Mechanical Sciences*; 70, (2013), 39-49. (In Persian)
- [22] Nguyen, K.V.; "Comparison studies of open and breathing crack detections of a beam-like bridge subjected to a moving vehicle"; *Engineering Structures*; 51, (2013), 306-314.
- [23] Hassanabadi, M.E., Attari, N.K.A., Nikkhoo, A., Baranadan, M.; "An optimum modal superposition approach in the computation of moving mass induced vibrations of a distributed parameter system"; *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*; 229(6), (2015), 1015-1028. (In Persian)
- [24] Hassanabadi, M.E., Vaseghi Amiri, J., Davoodi, M.R.; "On the vibration of a thin rectangular plate carrying a moving oscillator"; *Scientia Iranica, Transaction A: Civil Engineering*; 21(2), (2014), 284-294. (In Persian)
- [25] Enshaeian, A., Rofooei, F.R.; "Geometrically nonlinear rectangular simply supported plates subjected to a moving mass"; *Acta Mech*; 225(2), (2014), 595-608. (In Persian)
- [26] Amiri, J.V., Nikkhoo, A., Davoodi, M.R., Hassanabadi, M.E.; "Vibration analysis of a Mindlin elastic plate under a moving mass excitation by eigenfunction expansion method"; *Thin-Walled Struct*; 62, (2013), 53-64. (In Persian)
- [27] Martínez-Rodrigo, M.D., Museros, P.; "Optimal design of passive viscous dampers for controlling the resonant response of orthotropic plates under high-speed moving loads"; *Journal of Sound and Vibration*; 330, (2011), 1328-1351.
- [28] Uzal, E., Sakman, L.E.; "Dynamic response of a circular plate to a moving load"; *Acta Mechanica*; 210, (2010), 351-359.
- [29] Nikkhoo, A., Hassanabadi, M.E., Azam, S.E., Amiri, J.V.; "Vibration of a thin rectangular plate subjected to series of moving inertial loads"; *Mech. Res. Commun*; 55, (2014), 105-113. (In Persian)
- [30] Clough, R.W., Penzien, J.: *Dynamics of structures*, Third Edition. Computers & Structures Inc., Berkeley, CA (2003)
- Moving Loads; London, Thomas Telford, (1999).
- [4] Timoshenko, S.P.; "Vibration of bridges, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers". 49, (1928), 53-61.
- [5] Ouyang, H.; "Moving-load dynamic problems: a tutorial (with a brief overview)"; *Mech. Syst. Signal Process*; 25, (2011), 2039-2060.
- [6] Ahmadi, M., Nikkhoo, A.; "Utilization of characteristic polynomials in vibration analysis of non-uniform beams under a moving mass excitation"; *Applied Mathematical Modelling*; 38, (2014), 2130-2140. (In Persian)
- [7] Ebrahimzadeh Hassanabadi, M., Nikkhoo, A., Vaseghi Amiri, J., Mehri, B.; "A new Orthonormal Polynomial Series Expansion Method in vibration analysis of thin beams with non-uniform thickness"; *Applied Mathematical Modelling*; 37, (2013), 8543-8556. (In Persian)
- [8] Ding, H., Chen, L-Q., Yang, S-P.; "Convergence of Galerkin truncation for dynamic response of finite beams on nonlinear foundations under a moving load"; *Journal of Sound and Vibration*; 331, (2012), 2426-2442.
- [9] Mofid, M., Tehrani, A., Ostadhossein, A.; "On the viscoelastic beam subjected to moving mass"; *Advances in Engineering Software*; 41, (2010), 240-247. (In Persian)
- [10] Ebrahimi, M., Gholampour, S., Jafarian Kafshgarkolaei, H., Mohammadpour Nikbin, I.; "Dynamic behavior of a multispan continuous beam traversed by a moving oscillator"; *Acta Mechanica*; 226(12), (2015), 4247-4257. (In Persian)
- [11] Nikkhoo, A., Farazandeh, A., Hassanabadi, M.E., Mariani, S.; "Simplified modeling of beam vibrations induced by a moving mass by regression analysis"; *Acta Mechanica*; 226(7), (2015), 2147-2157. (In Persian)
- [12] Simsek, M., Kocatürk, T., Akbas, S.D.; "Dynamic behavior of an axially functionally graded beam under action of a moving harmonic load"; *Composite Structures*; 94, (2012), 2358-2364.
- [13] Wang, Y.M., Ming-Yuan, K.; "The interaction dynamics of a vehicle traveling along a simply supported beam under variable velocity condition"; *Acta Mech*; 225(12), (2014), 3601-3616.
- [14] Rajabi, K., Kargarnovin, M.H., Gharini, M.; "Dynamic analysis of a functionally graded simply supported Euler-Bernoulli beam subjected to a moving oscillator"; *Acta Mech*; 224(2), (2013), 425-446. (In Persian)
- [15] Nikkhoo, A., Farazandeh, A., Hassanabadi, M.E.; "On the computation of moving mass/beam interaction utilizing a semianalytical method"; *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng*; (2014). doi:10.1007/s40430-014-0277-1 (In Persian)
- [16] Mamandi, A., Kargarnovin, M.H.; "Dynamic analysis of an inclined Timoshenko beam traveled by successive moving masses/forces with inclusion of geometric nonlinearities"; *Acta Mech*; 218(1-2), (2011), 9-29. (In Persian)
- [17] Pirmoradian, M., Keshmiri, M., Karimpour, H.; "On the parametric excitation of a Timoshenko beam due to intermittent passage of moving masses: instability and resonance analysis"; *Acta Mech*; 226(4), (2015), 1241-1253. (In Persian)
- [18] Roshandel, D., Mofid, M., Ghannadiasl, A.; "Dynamic

Assessing Absolute Maximum Dynamic Response of a Single Span Beam under an Accelerated Moving Object

I. M. Nikbin¹, Sh. J. Parvane²

1. Assist. Prof., Department of Civil Engineering, Rasht Branch, Islamic Azad University, Rasht,

2. M.Sc. Student, Islamic Azad University of Noor

I. Mohammadpour Nikbin

Abstract:

In structural dynamics, loads having varying positions have been broadly studied. Such loads are so called moving loads which appear in various applications in industry. High speed machining systems, overhead cranes, cable ways, pavements, computer disc memories and robot arms are a few examples of vehicles with moving load dynamic. Vibration of bridge structures subject to moving vehicles is often referred to as an application of moving load problems. A great number of researchers proposed numerical and analytical methods to deal with the vibration of solids and structures under travelling loads. A famous classic approach in the simulation of moving loads is the moving force. In moving force model, a constant traveling force is assumed to act upon the base structure. However, this assumption yields to reasonable structural analysis if the mass of the moving object is negligible. Nowadays, with ongoing advances of transportation technology, the mass, speed and acceleration of moving vehicles are notably increased. In this regard, during the last few decades, many researchers showed that the moving force is no longer valid for large moving masses. Therefore, simulation of the moving mass has been proved to be closer to the physical model of vehicle bridge interaction. As a common practice, bridges carrying moving vehicles have been assumed as vibrating beams excited by point moving masses. It has been very customary to consider the mid-span or center point of the base beam as the reference point in order to assess the maximum dynamic response of the structure under moving mass; therefore, most of the existing computed design envelopes are related to the values occurring at the midpoint of the structure. However, the location of the maximum values is not necessarily at mid-span. To shed light on this issue, in this research an analytical-numerical method is established to capture dynamic response of an Euler-Bernoulli beam traversed by a moving mass. Most of the available literature on moving load problem is concerned with the travelling loads having constant speeds. To remove this restrictive presumption, in this paper, the considered moving mass is assumed to move at non-zero constant acceleration. The beam is considered to be undamped and initially at rest. The moving mass is assumed to maintain full contact condition with the base beam while sliding on it. By exploiting a series of continuous shape functions having time varying amplitude factors, a norm space is provided by which the beam spatial domain is discretized. The problem is then transformed into time domain for which a time integration method is utilized. Absolute maximum dynamic response of the supporting beam under the passage of accelerated moving mass is extensively sought over the beam length. In this manner, whole beam length is being monitored for the maximum values at each time step of time integration procedure. The beam absolute maximum dynamic response is comprehensively computed considering different mass ratios and extensive range of linearly time varying velocities. Parametric studies are carried out on the absolute maximum values of dynamic flexural moments and deflections and compared to those captured at mid-span. Finally, it highlighted that the mid-span of the beam cannot be a valid reference to obtain the true maximum deflections and flexural moments of the base beam.

Keywords: Moving mass, Euler-Bernoulli beam, dynamic response, normalized maximum dynamic response.